

BAB 2 TINJAUAN PUSTAKA

Bab 2 Tinjauan Pustaka meliputi persamaan Schrödinger, hukum-hukum termodinamika klasik, siklus termodinamika, gas ideal, mesin panas kuantum, dan penelitian sebelumnya.

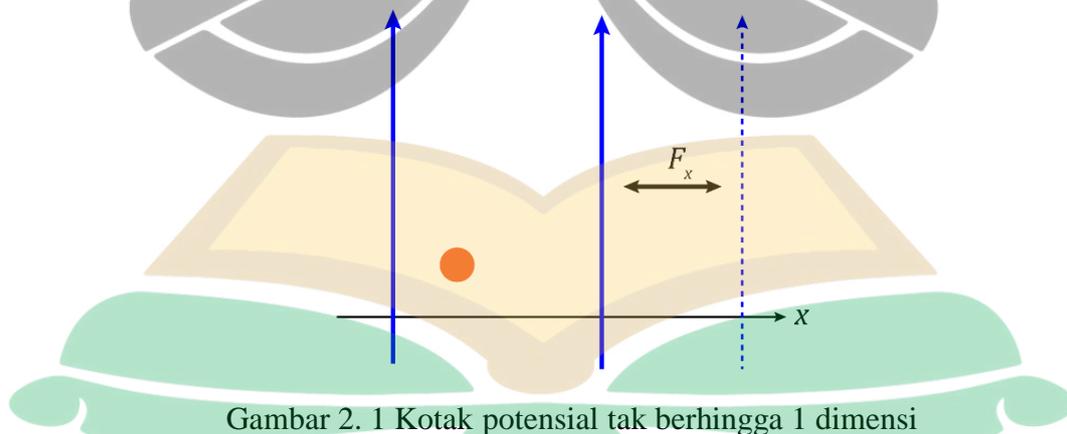
2.1 Kotak Potensial

2.1.1 Kotak Potensial Satu Dimensi

Erwin Schrödinger mengembangkan suatu formulasi yang dapat menjelaskan perilaku partikel (Bender et al., 2000; E. Latifah & Purwanto, 2014; Eny Latifah & Purwanto, 2013). Perilaku partikel yang ditinjau yaitu sebuah partikel bermassa m yang terjebak di dalam kotak potensial tak berhingga satu dimensi dengan lebar L dan memiliki potensial $V(x)$ dapat digambarkan oleh persamaan Schrödinger tak bergantung waktu,

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} \psi(x) + V(x)\psi(x) = E\psi(x) \quad (2.1)$$

dengan konstanta Dirac $\hbar = 1.05 \times 10^{-34} \text{ Js}$, massa partikel m , energi potensial V , dan energi total sistem E .



Gambar 2. 1 Kotak potensial tak berhingga 1 dimensi

Gambar 2.1 menunjukkan model mekanika kuantum paling sederhana, ialah sebuah partikel tunggal di dalam kotak potensial tak berhingga 1 dimensi. Pada wilayah $x \leq 0$ dan $x \geq L$, energi potensialnya bernilai tak berhingga, $V = \infty$, sedangkan pada wilayah $0 \leq x \leq L$, energi potensialnya bernilai nol, $V = 0$. Syarat

batas ini yang menyebabkan partikel bermassa m tersebut akan terperangkap pada wilayah dengan energi potensial sama dengan nol. Karena pada wilayah $x \leq 0$ dan $x \geq L$ partikel tidak bisa memiliki potensial yang tak berhingga, maka fungsi gelombang $\psi(x)$ akan bernilai 0. Dengan menggunakan persamaan (2. 3), fungsi gelombang $\psi(x)$ yang terperangkap di wilayah $0 \leq x \leq L$ adalah

$$\psi(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx} \quad (2. 2)$$

dengan nilai k ,

$$k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}. \quad (2. 3)$$

Persamaan (2. 2) menunjukkan keadaan superposisi dari dua buah gelombang, gelombang pertama bergerak ke sumbu-x positif dengan amplitudo sebesar A, sedangkan gelombang kedua bergerak ke sumbu-x negatif dengan amplitudo sebesar B. Persamaan tersebut dapat diubah ke dalam bentuk fungsi sinusoidal, yaitu

$$\psi(x) = A \sin kx + B \cos kx. \quad (2. 4)$$

Jika syarat batas $x = 0$, $\psi(0) = 0$ diterapkan pada persamaan (2. 4), maka konstanta B akan bernilai 0, sehingga persamaan (2. 4) menjadi

$$\psi(x) = A \sin kx. \quad (2. 5)$$

Kemudian, jika syarat batas $x = L$, $\psi(L) = 0$ diterapkan pada persamaan (2. 5), maka persamaan (2. 5) menjadi

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{n\pi}{L} x, n = 1, 2, 3, \dots \quad (2. 6)$$

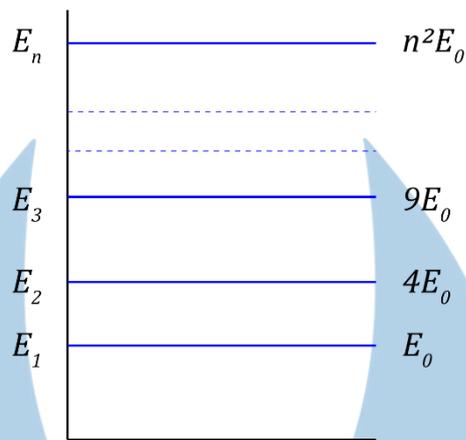
sehingga didapat nilai k , yaitu

$$k_n = \frac{n\pi}{L}, n = 1, 2, 3, \dots \quad (2. 7)$$

dengan mensubstitusikan nilai k pada persamaan (2. 3) dengan (2. 7), maka persamaan energi E diekspresikan sebagai

$$E_n = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2mL^2}, n = 1, 2, 3, \dots \quad (2. 8)$$

Persamaan (2. 8) menunjukkan tingkat energi yang dimiliki partikel bersifat diskrit.



Gambar 2. 2 Diagram tingkat energi 1 dimensi

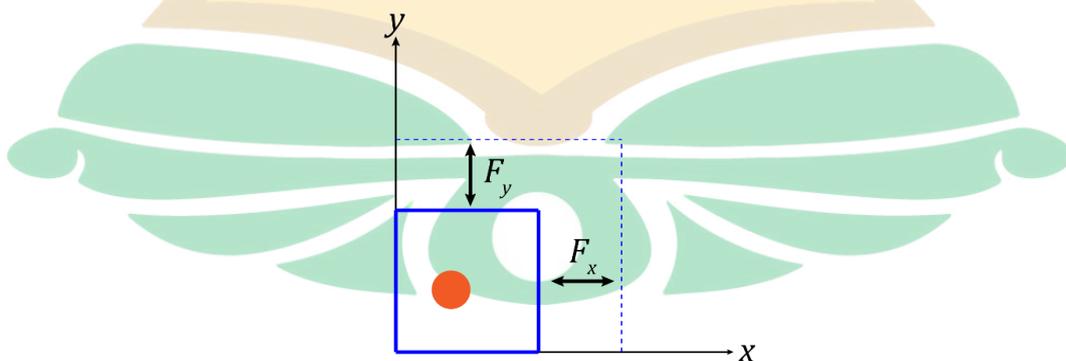
Gambar 2.2 melukiskan diagram 3 tingkat energi terendah pada partikel di dalam kotak potensial tak berhingga 1 dimensi. Dari gambar tersebut dapat diketahui jika semakin tinggi tingkat energinya, maka jarak dengan energi sebelumnya akan semakin jauh (Bender et al., 2000).

2.1.2 Kotak Potensial Dua Dimensi

Sebuah partikel bermassa m terperangkap di dalam kotak potensial dua dimensi dengan lebar $L_x = L_y = L$ dan memiliki potensial $V(x, y)$ dapat digambarkan oleh persamaan Schrödinger tak bergantung waktu (Abdillah et al., 2020),

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \psi(x, y) + V(x, y)\psi(x, y) = E\psi(x, y) \quad (2.9)$$

dengan konstanta Dirac $\hbar = 1.05 \times 10^{-34} \text{ Js}$, massa partikel m , energi potensial V , dan energi total sistem E .



Gambar 2. 3 Kotak potensial tak berhingga 2 dimensi

Gambar 2.3 menunjukkan model mekanika kuantum dengan substansi partikel tunggal di dalam kotak potensial tak berhingga 2 dimensi. Jika menerapkan separasi variabel pada persamaan (2. 9), $\psi(x, y) = X(x)Y(y)$, maka fungsi gelombang pada sumbu-x dan sumbu-y berturut turut

$$X(x) = Ae^{ik_1x} + Be^{-ik_1x} \quad (2. 10)$$

dan

$$Y(y) = Ce^{ik_2y} + De^{-ik_2y} \quad (2. 11)$$

dengan nilai $k_1 = \frac{\sqrt{2mE_x}}{\hbar}$ dan $k_2 = \frac{\sqrt{2mE_y}}{\hbar}$.

Persamaan (2. 10) dan (2. 11) menunjukkan keadaan superposisi dari dua buah gelombang. Persamaan tersebut dapat diubah ke dalam bentuk fungsi sinusoidal, yaitu

$$X(x) = A \sin k_1x + B \cos k_1x \quad (2. 12)$$

dan

$$Y(y) = C \sin k_2y + D \cos k_2y. \quad (2. 13)$$

Jika syarat batas $X(0) = X(L) = Y(0) = Y(L) = 0$ maka persamaan (2. 12) dan (2. 13) menjadi

$$X(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{n_x\pi}{L} x, n_x = 1, 2, 3, \dots \quad (2. 12)$$

dan

$$Y(y) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{n_y\pi}{L} y, n_y = 1, 2, 3, \dots \quad (2. 13)$$

sehingga didapat nilai k_1 ,

$$k_{1n_x} = \frac{n_x\pi}{L} \quad (2. 14)$$

dan k_2 ,

$$k_{2n_y} = \frac{n_y\pi}{L}. \quad (2. 15)$$

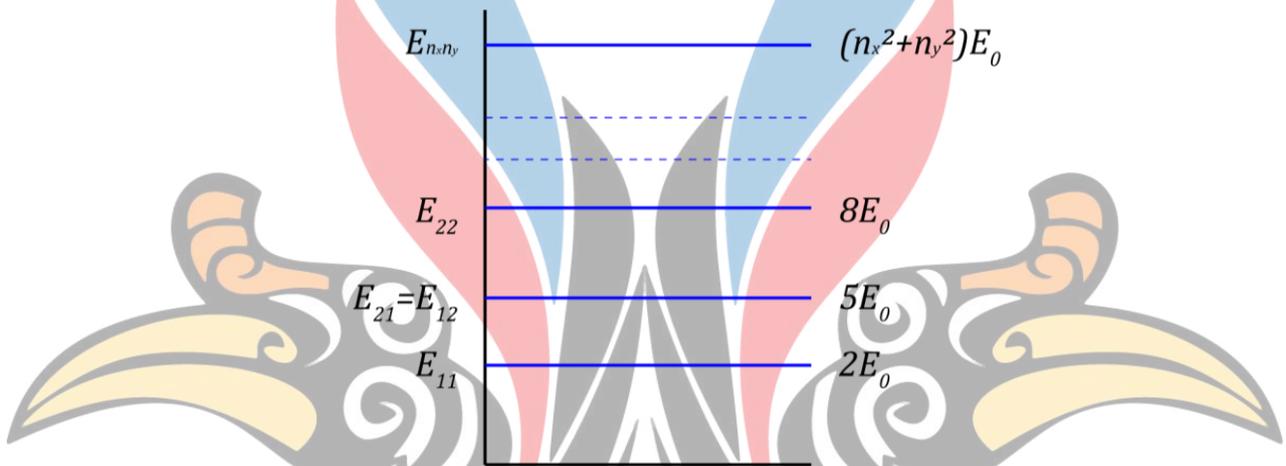
Fungsi eigen ternormalisasi, $\psi_{n_x n_y}(x, y)$, adalah

$$\psi_{n_x n_y}(x, y) = \frac{2}{L} \sin \frac{n_x \pi}{L} x \sin \frac{n_y \pi}{L} y, n_x = n_y = 1, 2, 3, \dots \quad (2.16)$$

dan energi eigen, $E_{n_x n_y}$,

$$E_{n_x n_y} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} (n_x^2 + n_y^2). \quad (2.17)$$

Pada persamaan (2.17), dapat diketahui jika energi eigen bergantung pada bilangan kuantum n_x dan n_y .



Gambar 2.4 Diagram tingkat energi 2 dimensi

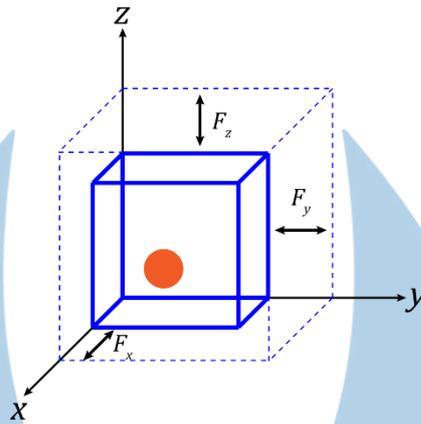
Gambar 2.4 menunjukkan diagram untuk 3 tingkat energi terendah pada partikel di dalam kotak potensial tak berhingga 2 dimensi (Abdillah et al., 2020).

2.1.3 Kotak Potensial Tiga Dimensi

Sebuah partikel bermassa m yang terperangkap di dalam kotak potensial tiga dimensi yang memiliki lebar $L_x = L_y = L_z = L$ dan memiliki potensial $V(x, y, z)$ dapat digambarkan oleh persamaan Schrödinger tak bergantung waktu (Abdillah & Saputra, 2020),

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi(x, y, z) + V(x, y, z) \psi(x, y, z) = E \psi(x, y, z) \quad (2.18)$$

dengan konstanta Dirac $\hbar = 1.05 \times 10^{-34} \text{ Js}$, massa partikel m , energi potensial V , energi total sistem E , dan $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$.



Gambar 2. 5 Kotak potensial tak berhingga 3 dimensi

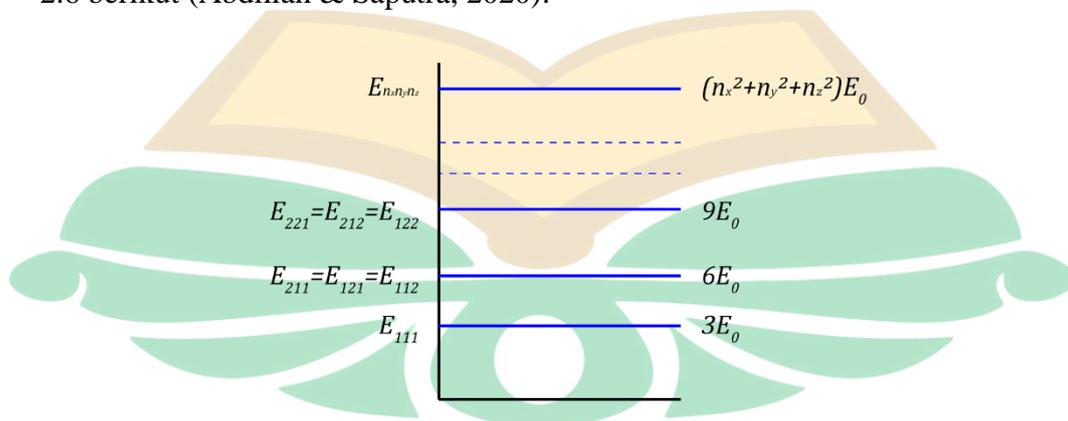
Gambar 2.5 menunjukkan model mekanika kuantum dengan substansi partikel tunggal di dalam kotak potensial tak berhingga 3 dimensi. Jika menerapkan separasi variabel pada persamaan (2. 9), $\psi(x, y, z) = X(x)Y(y)Z(z)$, dan syarat batas $\psi(0, y, z) = \psi(L, y, z) = \psi(x, 0, z) = \psi(x, L, z) = \psi(x, y, 0) = \psi(x, y, L) = 0$ maka fungsi eigen ternormalisasi dan energi eigen berturut-turut menjadi

$$\psi_{n_x n_y n_z}(x, y, z) = \sqrt{\frac{8}{L^3}} \sin \frac{n_x \pi}{L} x \sin \frac{n_y \pi}{L} y \sin \frac{n_z \pi}{L} z \quad (2. 19)$$

dan

$$E_{n_x n_y n_z} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2). \quad (2. 20)$$

Diagram energi yang mewakili 3 tingkat energi terendah dilukiskan pada gambar 2.6 berikut (Abdillah & Saputra, 2020).



Gambar 2. 6 Diagram tingkat energi 3 dimensi

2.2 Hukum-hukum Termodinamika Klasik

Hukum-hukum termodinamika klasik sangat berdampak dalam menunjang perkembangan teknologi yang ada sampai saat ini. Hukum-hukum tersebut menjelaskan mengenai sifat kekekalan energi, perubahan dari satu bentuk energi menjadi bentuk energi lain, dan masih banyak lagi. Beberapa aplikasi dari hukum-hukum termodinamika tersebut dapat dijumpai dengan mudah, seperti ketika memasak, kulkas pendingin, atau menggunakan sarana transportasi. Hukum pertama termodinamika menyatakan tentang sifat kekekalan energi, yang mana energi tidak dapat diciptakan maupun dimusnahkan, tetapi dapat diubah dari satu bentuk ke bentuk yang lain. Energi internal, U , merupakan energi pada sistem yang terikat dengan komponen mikroskopiknya, seperti atom dan molekul (Eny Latifah & Purwanto, 2013).

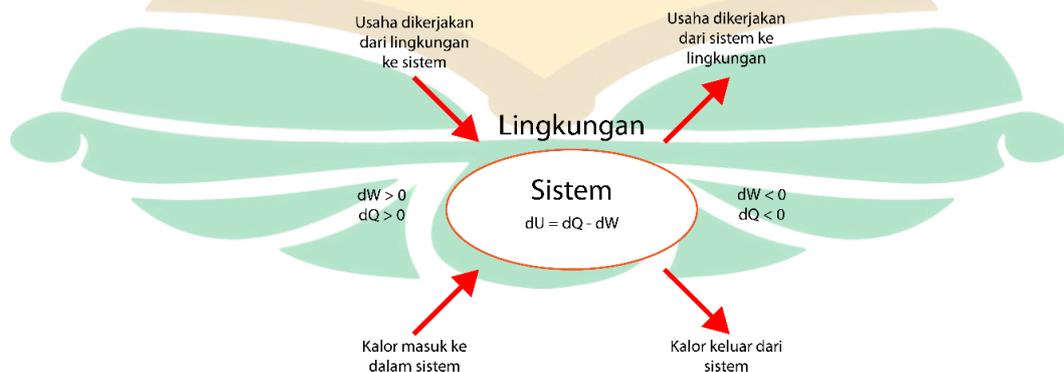
Kalor merupakan perpindahan panas yang diakibatkan oleh perbedaan suhu antara sistem dan lingkungan. Hukum pertama termodinamika dapat diekspresikan sebagai

$$dU = dQ - dW \quad (2.21)$$

dengan usaha dW merupakan energi yang dipakai untuk melakukan usaha. Usaha dW dapat diekspresikan dengan persamaan

$$dW = - \int_{s_i}^{s_f} F_s ds. \quad (2.22)$$

Ketika sistem mengalami ekspansi (ds bernilai positif), maka dW akan bernilai negatif. Sebaliknya ketika sistem mengalami kompresi (ds bernilai negatif), maka dW akan bernilai positif (Eny Latifah & Purwanto, 2013).



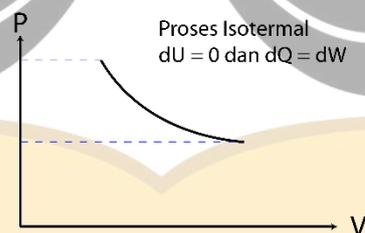
Gambar 2. 7 Model yang menggambarkan hukum termodinamika pertama

Gambar 2.7 menunjukkan kalor dan usaha akan bernilai positif saat usaha dikerjakan oleh lingkungan ke sistem dan kalor diserap oleh sistem, sedangkan itu usaha dan kalor akan bernilai negatif saat usaha dikerjakan oleh sistem ke lingkungan dan kalor dilepaskan ke lingkungan.

Hukum kedua termodinamika menjelaskan mengenai efisiensi. Hukum kedua termodinamika menyatakan bahwa efisiensi dari setiap mesin panas tidak pernah mencapai 100%. Hal tersebut dikarenakan oleh tidak semua kalor yang diserap sistem berhasil diubah menjadi energi mekanis (Brandão et al., 2015; Kieu, 2005). Hukum ketiga termodinamika menyatakan bahwa pada saat suatu sistem mencapai suhu nol mutlak, maka proses akan berhenti dan entropi, S , pada suatu sistem akan mendekati konstanta internasional (dapat dikatakan bernilai nol) (Klimenko, 2012).

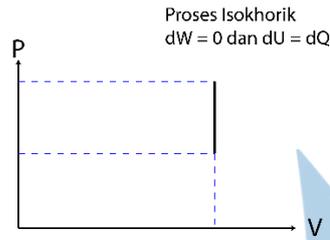
2.3 Siklus Termodinamika

Pada ilmu termodinamika klasik, ada terdapat empat proses yaitu proses adiabatik, isobarik, isokhorik, dan isothermal. Dari keempat proses tersebut, dapat tercipta suatu siklus termodinamika, contohnya antara lain siklus Carnot, Otto, Diesel, Lenoir, Brayton, Stirling, dan lain sebagainya. Siklus yang menerapkan proses isothermal dan isokhorik ialah siklus Stirling. Siklus ini juga diterapkan pada pembangkit listrik tenaga matahari, yaitu mesin stirling bertenaga matahari.



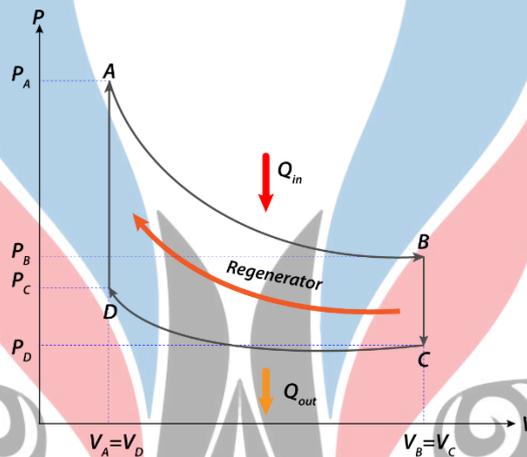
Gambar 2. 8 Grafik proses isothermal

Proses isothermal (Gambar 2.8) merupakan proses yang perubahan suhu di dalam sistem tidak terjadi sehingga energi dalam sistem akan bernilai konstan ($dU = 0$). Oleh karena itu, usaha yang bekerja pada sistem hanya bergantung pada besar perubahan kalor yang dialami oleh sistem ($dQ = dW$) (Bender et al., 2000; Eny Latifah & Purwanto, 2013; Oladimeji et al., 2020).



Gambar 2. 9 Grafik proses isokhorik

Proses isokhorik (Gambar 2.9) ditandai dengan volume sistem tidak berubah.



Gambar 2. 10 Grafik siklus Stirling

Pada proses D ke A (isokorik), suhu pada gas dinaikkan dengan melakukan usaha dan menerima kalor dari *regenerator*. Proses tersebut merupakan proses isokhorik, dengan volume sistem tetap, $dV = 0$ (Gambar 2.10). Sistem kemudian menyerap kalor pada proses ekspansi isothermal (proses A ke B). Setelah itu, gas tersebut akan mengalami proses isokhorik untuk menghasilkan usaha (proses B ke C) dan kalor pada sistem ini akan masuk ke dalam *regenerator*. Selanjutnya, gas akan masuk ke proses kompresi isothermal (proses C ke D). Pada proses C ke D, sistem akan melepaskan kalor ke lingkungan sehingga volume piston diperkecil dari V_B ke V_A (Oladimeji et al., 2020).

Efisiensi semua mesin panas dapat dicari sebagai rasio usaha total yang dilakukan sistem terhadap kalor yang diserap oleh sistem,

$$\eta = \frac{W}{Q_{in}} \quad (2. 23)$$

dengan W ,

$$W = Q_{in} - Q_{out}. \quad (2. 24)$$

Apabila persamaan (2. 24) disubstitusikan ke persamaan (2. 23), maka persamaan efisiensi menjadi

$$\eta = 1 - \frac{Q_{out}}{Q_{in}}. \quad (2. 25)$$

Persamaan (2. 25) menunjukkan bahwa efisiensi sistem bergantung pada rasio kalor yang dilepas, Q_{out} , terhadap kalor yang diserap oleh sistem, Q_{in} . Efisiensi akan semakin maksimum saat rasio kalor yang dilepas terhadap kalor yang diserap oleh sistem mendekati nol. Untuk menghitung efisiensi pada siklus Stirling (Gambar 2.10), maka perlu untuk mengetahui jumlah kalor yang masuk dan keluar sistem. Jumlah kalor yang masuk ke dalam sistem,

$$Q_{in} = nC_p T_H, \quad (2. 26)$$

sedangkan jumlah kalor yang keluar dari sistem,

$$Q_{out} = nC_p T_L. \quad (2. 27)$$

Kemudian persamaan (2. 26) dan (2. 27) disubstitusikan ke persamaan (2. 25) dan didapatkan efisiensi mesin Stirling klasik adalah

$$\eta = 1 - \frac{T_L}{T_H}. \quad (2. 28)$$

Dari persamaan (2. 28) dapat diketahui jika efisiensi siklus Stirling memiliki hasil yang sama dengan efisiensi siklus Carnot. Hal ini dikarenakan pada proses isokhorik pertukaran kalor antara sistem dengan lingkungan tidak terjadi.

2.4 Gas Ideal

Gas ideal memiliki ciri diantaranya jumlah molekulnya sangat banyak, jarak antar partikelnya sangat besar sehingga interaksi antar partikel gas tersebut tidak ada, serta pergerakannya acak dan memenuhi hukum Newton (Masavetas, 1989). Setiap partikel gas ideal dianggap memiliki bentuk berupa bola pejal dengan volume yang sangat kecil. Persamaan keadaan gas ideal dapat ditulis

$$PV = nRT \quad (2. 29)$$

dengan P adalah tekanan yang dialami gas ideal, V adalah volume gas ideal, n adalah jumlah molekul gas ideal, R adalah tetapan umum gas ideal ($R = 8,314 \text{ JK}^{-1}\text{mol}^{-1}$), dan T adalah suhu yang dialami gas ideal.

2.5 Mesin Panas Kuantum

Mesin panas kuantum merupakan analogi sistem kuantum yang diterapkan pada mesin panas klasik. Sistem kuantum yang paling sering digunakan adalah kotak potensial tak berhingga (Bender et al., 2000; Oladimeji et al., 2020; Saputra, 2019; Setyo et al., 2018) dan osilator harmonik (Meng et al., 2020) dengan substansi kerja berupa partikel tunggal relativistik (Yin et al., 2018) dan partikel tunggal non-relativistik (Oladimeji et al., 2020; Saputra, 2019). Mesin panas kuantum didapatkan dengan memodifikasi hukum pertama termodinamika klasik ke dalam sistem kuantum (Bender et al., 2000). Oleh sebab itu, ada beberapa kuantitas termodinamika klasik yang diubah dan persamaan (2. 21) menjadi

$$U = \sum_{n=1}^{\infty} E_n p_n. \quad (2. 30)$$

Persamaan (2. 30) menunjukkan energi total sistem bergantung pada tiap-tiap tingkat energi yang dimiliki sistem. Diferensiasi persamaan tersebut adalah

$$dU = \sum_{n=1}^{\infty} (E_n dp_n + p_n dE_n). \quad (2. 31)$$

Dari persamaan (2. 31), kalor yang masuk ke sistem dapat dihitung dengan persamaan

$$dQ = \sum_{n=1}^{\infty} E_n dp_n \quad (2. 32)$$

dan besar usaha yang dilakukan oleh sistem adalah

$$-dW = \sum_{n=1}^{\infty} p_n dE_n. \quad (2. 33)$$

Energi pada sistem kuantum bergantung pada lebar kotak potensial. Apabila lebar dinding kotak potensial mengalami perubahan maka energi pada sistem juga akan berubah.

2.6 Penelitian Sebelumnya

Penelitian sebelumnya yang memiliki keterkaitan dengan penelitian saat ini dapat dilihat pada tabel 2.1 sebagai berikut

Tabel 2. 1 Penelitian sebelumnya mengenai mesin panas kuantum

No	Nama dan Tahun Publikasi	Hasil
1	C. M. Bender dkk, 2000	Metode: Menganalogikan siklus Carnot klasik ke dalam sistem kuantum dengan menggunakan model kotak potensial tak berhingga 1 dimensi. Hasil: Persamaan efisiensi mesin Carnot kuantum memiliki kesamaan dengan versi klasiknya.
2	E. Latifah dkk, 2011	Metode: Menganalogikan siklus Carnot klasik ke dalam sistem kuantum dengan menggunakan model kotak potensial tak berhingga 1 dimensi, dan pada keadaan ke-n. Hasil: Persamaan efisiensi mesin Carnot kuantum pada keadaan ke-n memiliki nilai yang lebih baik dibandingkan pada 2 dan 3 keadaan.
3	Y. Yin dkk, 2017	Metode: Menganalogikan siklus Stirling klasik ke dalam sistem kuantum dengan menggunakan model kotak potensial tak berhingga 1 dimensi. Hasil: Persamaan efisiensi mesin Stirling kuantum memiliki kesamaan dengan mesin Carnot kuantum.
4	E. O. Oladimeji dkk, 2020	Metode: Menganalogikan siklus Stirling dan siklus Ericsson klasik ke dalam sistem kuantum dengan menggunakan model kotak potensial tak berhingga 1 dimensi. Hasil: Persamaan efisiensi mesin Stirling dan Ericsson kuantum memiliki kesamaan dengan mesin Carnot kuantum