

## BAB II

### TINJAUAN PUSTAKA

Bab ini berisi mengenai tinjauan pustaka dan dasar teori. Pada tinjauan pustaka ini akan menjelaskan mengenai COVID-19, epidemiologi, model matematika, model epidemiologi SIR, sistem dinamik, pencocokan kurva, *polynomial regression*, ukuran kebaikan model, koefisien determinasi, runge-kutta orde keempat, dan analisis sensitivitas.

#### 2.1 COVID-19

Coronavirus adalah virus yang dapat menyebabkan penyakit pada hewan dan manusia. Terdapat berbagai macam jenis coronavirus, beberapa jenis coronavirus dapat menyebabkan infeksi saluran pernafasan pada manusia seperti batuk pilek hingga *Middle East Respiratory Syndrome* (MERS) dan *Severe Acute Respiratory Syndrome* (SARS). Baru-baru ini coronavirus jenis baru yang ditemukan dapat menyebabkan penyakit COVID-19. COVID-19 merupakan penyakit menular yang disebabkan oleh jenis coronavirus yang baru ditemukan. Awal mula wabah COVID-19 dimulai di Wuhan, Tiongkok Cina, pada bulan Desember 2019, dan saat ini menjadi pandemi yang terjadi di banyak negara di dunia, salah satunya Indonesia (WHO, 2020).

Gejala COVID-19 yang paling umum adalah demam, batuk kering dan rasa lelah. Gejala lainnya yang jarang dan mungkin dialami beberapa pasien yaitu rasa nyeri dan sakit, hidung tersumbat, sakit kepala, sakit tenggorokan, diare, kehilangan indera perasa dan penciuman, ruam pada kulit, atau perubahan warna pada jari tangan dan jari kaki. Gejala yang dialami biasanya bersifat ringan dan muncul secara bertahap. Beberapa orang terinfeksi tetapi hanya memiliki gejala ringan (WHO, 2020).

Orang yang terinfeksi COVID-19 dapat menyebarkan penyakitnya kepada orang lain. COVID-19 dapat menyebar dari orang ke orang melalui percikan percikan dari hidung atau mulut yang keluar saat orang yang terinfeksi COVID-19

batuk, bersin, dan berbicara. Percikan-percikan ini tidak dapat terlempar jauh dan dengan cepat jatuh ke tanah. Percikan-percikan ini dapat menempel pada benda dan permukaan lain, seperti meja, gagang pintu dan lain sebagainya. Orang dapat terinfeksi jika menghirup percikan dari orang yang terinfeksi dan jika menyentuh benda atau permukaan tempat percikan itu menempel, maka orang tersebut juga dapat terinfeksi. Karena banyak orang yang terinfeksi tetapi hanya memiliki gejala ringan terutama pada tahap-tahap awal, maka COVID-19 dapat menular dari orang yang hanya memiliki gejala ringan seperti batuk ringan, tetapi merasa sehat (WHO, 2020).

Pada tanggal 1 Juni 2020, COVID-19 telah menginfeksi dengan total 6.040.609 kasus terhitung dari awal penyakit ini menjadi pandemi yaitu sekitar awal Januari 2020, dengan kasus kematian 370.657 di 216 negara. Pada tanggal 30 Mei 2020, terdapat 115.226 kasus terinfeksi COVID-19. Serta pada tanggal 31 Mei 2020, terdapat 119.272 kasus yang terinfeksi, jumlah ini bertambah sebesar 4.046 kasus dalam waktu 1 hari (WHO, 2020). Di Indonesia COVID-19 telah menginfeksi dengan total 26.940 kasus dengan kasus kematian 1.641 (Kemenkes, 2020).

## 2.2 Epidemiologi

Epidemiologi berasal dari bahasa Yunani yaitu *epi* yang berarti pada, *demos* yang berarti penduduk, dan *logos* yang berarti ilmu. Maka epidemiologi merupakan ilmu yang mempelajari tentang penduduk. Definisi yang luas ini dapat diterapkan pada semua hal yang terjadi pada penduduk (Sutrisna, 1994).

Pada awalnya, epidemiologi didefinisikan sebagai ilmu yang hanya mempelajari penyebaran atau perluasan suatu penyakit menular di masyarakat. Namun dikarenakan adanya perubahan kondisi serta masalah yang dihadapi, epidemiologi tidak hanya digunakan untuk mempelajari penyakit menular saja, tetapi juga digunakan untuk mempelajari penyakit tidak menular seperti kecelakaan lalu lintas, bencana alam, dan lain sebagainya (Sutrisna, 1994). Selain itu epidemiologi juga dapat diartikan sebagai ilmu yang mempelajari sifat, penyebab,

pengendalian, dan faktor-faktor yang mempengaruhi frekuensi dan distribusi penyakit, kecacatan, dan kematian pada populasi manusia (Timmreck, 2004).

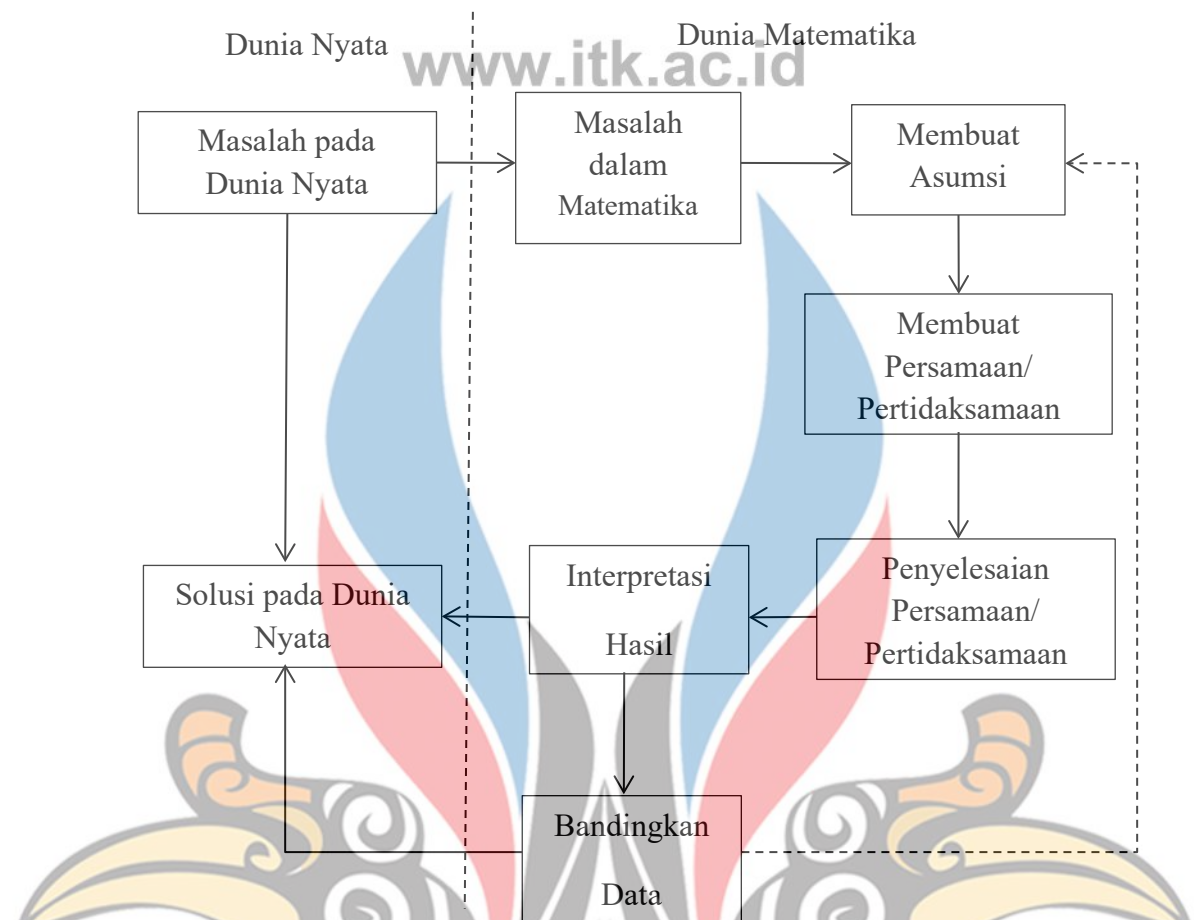
Menurut Lilienfeld dalam buku Timmreck (2004) tiga tujuan dari epidemiologi, yaitu:

1. Menjelaskan etiologi (studi tentang sebab akibat) suatu penyakit, kondisi, gangguan, efek, ketidakmampuan, sindrom, atau kematian melalui analisis melalui data medis dan epidemiologi dengan menggunakan informasi yang berasal dari setiap bidang atau disiplin ilmu yang tepat, termasuk sosial/perilaku.
2. Menentukan apakah data epidemiologi yang ada sesuai dengan hipotesis yang diberikan serta dengan pengetahuan, ilmu perilaku, dan ilmu biomedis terbaru.
3. Memberikan dasar untuk pengembangan langkah-langkah pengendalian serta prosedur pencegahan bagi kelompok yang berisiko, serta untuk mengembangkan langkah-langkah serta kegiatan yang diperlukan, guna untuk mengevaluasi keberhasilan langkah-langkah, kegiatan, dan program intervensi.

### **2.3 Model Matematika**

Model Matematika merupakan representasi matematika yang dihasilkan dari pemodelan matematika. Suatu proses yang merepresentasikan serta menjelaskan permasalahan yang terdapat di dunia nyata menjadi pernyataan matematis disebut dengan pemodelan matematika (Widowati dan Sutimin, 2007).

Untuk melakukan pemodelan matematika diperlukan beberapa proses, menurut Widowati dan Sutimin (2007) proses pemodelan matematika tersebut dapat dinyatakan pada diagram alir sebagai berikut:



Gambar 2.1 Proses Pemodelan Matematika

Gambar 2.1 menjelaskan bagaimana membentuk suatu model matematika permasalahan pada dunia nyata dibawa ke dalam bentuk matematis dengan menggunakan asumsi yang sesuai dengan permasalahan pada dunia nyata. Langkah-langkah dalam membuat model matematika adalah sebagai berikut:

- a. Menyatakan Permasalahan Nyata ke dalam Pengertian Matematika  
Langkah pertama dalam membuat model matematika adalah memodelkan permasalahan yang terjadi di dunia nyata dalam bentuk bahasa matematis. Langkah ini meliputi identifikasi variabel-variabel pada permasalahan dan membentuk hubungan antara variabel-variabel tersebut.

b. Membuat Asumsi

Langkah selanjutnya adalah membuat asumsi mengenai model matematika yang dibuat. Asumsi pada pemodelan mencerminkan bagaimana proses berpikir sehingga model dapat berjalan.

c. Membuat Formulasi Persamaan/Pertidaksamaan

Dari variabel-variabel dan asumsi-asumsi yang telah dibuat, maka dapat dibentuk suatu persamaan atau pertidaksamaan yang dapat menggambarkan masalah yang terjadi di dunia nyata. Selanjutnya akan dibuat suatu formulasi persamaan atau sekumpulan persamaan untuk menyelesaikan permasalahan ini. Terkadang diperlukan pengujian ulang terhadap asumsi-asumsi agar dapat dibentuk formulasi yang sesuai sehingga dapat diselesaikan dan mendapatkan hasil yang realistis.

d. Menyelesaikan Formulasi Persamaan/Pertidaksamaan

Setelah model diformulasikan, langkah berikutnya yaitu menyelesaikan formulasi yang telah dibentuk. Perlu disadari bahwa persamaan yang telah dibentuk dengan cara yang sedemikian rupa mungkin tidak memiliki solusi. Namun kemungkinan lain yang dapat terjadi adalah, persamaan yang dibentuk dapat memiliki lebih dari satu solusi.

e. Interpretasi Hasil

Interpretasi hasil atau solusi adalah salah satu langkah yang akan menghubungkan formulasi matematika kembali ke permasalahan dunia nyata. Interpretasi ini dapat dilakukan dalam bentuk grafik yang digambarkan berdasarkan solusi yang diperoleh. Dari sinilah akan didapatkan kesimpulan dari penyelesaian masalah di dunia nyata.

#### 2.4 Model Epidemiologi *Susceptible, Infected dan Recovery (SIR)*

Penularan wabah penyakit yang terjadi pada suatu populasi dapat dimodelkan dalam bentuk matematis, salah satunya yaitu model SIR. Model SIR pertama kali diperkenalkan oleh Kermack-Mckendrick tahun 1927. Kompartemen pada model epidemiologi SIR dibagi menjadi tiga kompartemen yaitu *Susceptible (S)*, merupakan populasi sehat yang rentan sehingga dapat terinfeksi penyakit; *Infective (I)*, merupakan populasi yang terinfeksi penyakit dan dapat menularkan penyakit

melalui kontak dengan populasi sehat; kemudian terdapat *Removed* ( $R$ ), merupakan populasi yang pernah terinfeksi penyakit kemudian sembuh. Akan tetapi kesembuhan tersebut dapat bersifat permanen atau sebaliknya. Metode removal merupakan proses perpindahan populasi terinfeksi menjadi populasi sehat yang dapat dilakukan melalui isolasi, imunisasi, *recovery*, atau melalui kematian (Brauer dan Carlos-Chavez, 2001).

## 2.5 Pencocokan Kurva

Kebanyakan kasus, penelitian sering dilakukan menggunakan data diskrit yang umumnya berbentuk tabel. Masalah yang sering muncul adalah menentukan nilai diantara titik-titik diskrit tersebut. Solusi untuk masalah tersebut adalah mencari fungsi yang mencocokkan titik-titik data di dalam tabel. Metode ini biasa disebut dengan Pencocokan Kurva (Munir, 2006). Terdapat dua metode pencocokan kurva, yaitu:

### 2.5.1 Interpolasi

Bila data pada tabel memiliki ketelitian yang tinggi, contohnya adalah titik-titik yang dihitung dari suatu fungsi yang telah diketahui dan tabel yang terdapat dalam acuan ilmiah. Kurva kecocokannya dibuat melalui setiap titik data. Pencocokan data seperti ini disebut interpolasi. Metode yang digunakan antara lain adalah, interpolasi linier, interpolasi kuadrat dan interpolasi polinom (Munir, 2006).

### 2.5.2 Regresi

Teknik pencocokan kurva untuk data yang memiliki ketelitian rendah biasa menggunakan regresi. Contoh data yang memiliki ketelitian rendah adalah, data hasil pengamatan, data hasil percobaan laboratorium, serta data statistik. Data tersebut disebut sebagai data hasil pengukuran. Pencocokan kurva untuk data hasil pengukuran, kurvanya tidak melalui semua titik data dan tidak pula menggunakan polinom derajat tinggi. Jika sebuah data menunjukkan derajat kesalahan, dapat dibuat kurva tunggal untuk merepresentasikan trend data tersebut. Beberapa metode regresi yang dapat digunakan dalam

pencocokan kurva adalah regresi linier, regresi eksponensial, regresi linier berganda, dan regresi polinomial (Munir, 2006).

## 2.6 Polynomial Regression

*Polynomial Regression* atau regresi polinomial digunakan untuk menentukan fungsi polinomial yang paling sesuai dengan kumpulan titik data  $y(x_r, y_r)$  yang diketahui. Dengan persamaan polinomial dengan derajat  $r$  dapat ditulis sebagai berikut:

$$\hat{y} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_rx^r \quad (2.1)$$

Bila  $y$  adalah data hasil pengukuran dan  $\hat{y}$  adalah model persamaan polinomialnya, maka kesalahan antara data dan model dapat diketahui sebagai jumlah kuadrat dari selisih antara  $y$  dan  $\hat{y}$  untuk setiap variabel  $x$ . Jumlah kuadrat dari kesalahan tersebut dapat ditulis sebagai berikut:

$$E^2 = \sum_{i=1}^r (y_i - \hat{y}_i)^2, \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (2.2)$$

$$E^2 = \sum_{i=1}^r (y_i - a_0 - a_1x - a_2x^2 - \dots - a_rx^r)^2 \quad (2.3)$$

Jumlah kuadrat kesalahan atau  $E^2$  akan minimum juga terpenuhi persamaan sebagai berikut:

$$\frac{\partial E^2}{\partial a_0} = \frac{\partial E^2}{\partial a_1} = \frac{\partial E^2}{\partial a_2} = \frac{\partial E^2}{\partial a_3} = \dots = \frac{\partial E^2}{\partial a_r} = 0 \quad (2.4)$$

Dari turunan  $E^2$  terhadap masing masing konstanta didapat hasil persamaan-persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} na_0 + a_1\sum x_i + a_2\sum x_i^2 + \dots + a_r\sum x_i^r &= \sum y_i \\ a_0\sum x_i + a_1\sum x_i^2 + a_2\sum x_i^3 + \dots + a_r\sum x_i^{r+1} &= \sum x_i y_i \\ a_0\sum x_i^2 + a_1\sum x_i^3 + a_2\sum x_i^4 + \dots + a_r\sum x_i^{r+2} &= \sum x_i^2 y_i \\ &\vdots \\ a_0\sum x_i^r + a_1\sum x_i^{r+1} + a_2\sum x_i^{r+2} + \dots + a_r\sum x_i^{r+r} &= \sum x_i^r y_i \end{aligned} \quad (2.5)$$

Atau dapat disusun dalam bentuk perkalian matriks sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} n & \sum x_i & \sum x_i^2 & \dots & \sum x_i^r \\ \sum x_i & \sum x_i^2 & \sum x_i^3 & \dots & \sum x_i^{r+1} \\ \sum x_i^2 & \sum x_i^3 & \sum x_i^4 & \dots & \sum x_i^{r+2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \sum x_i^r & \sum x_i^{r+1} & \sum x_i^{r+2} & \dots & \sum x_i^{r+r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum y_i \\ \sum x_i y_i \\ \sum x_i^2 y_i \\ \vdots \\ \sum x_i^r y_i \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Dalam menentukan nilai-nilai parameter yang belum diketahui yaitu  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_r$  dapat dicari dengan menggunakan persamaan (2.6) (Rindengan, 2017).

## 2.7 Ukuran Keباikan Model

Berikut merupakan beberapa metode untuk mengetahui ukuran kebaikan model:

### 2.7.1 Mean Square Error (MSE)

*Mean Square Error* (MSE) adalah metode lain yang digunakan untuk mengevaluasi model, dengan mengkuadratkan masing-masing kesalahan, kemudian dijumlahkan dan dibagi dengan banyaknya observasi. Nilai MSE dapat dihitung dengan menggunakan rumus sebagai berikut:

$$MSE = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.7)$$

Keterangan:

- $y_i$  : nilai aktual
- $\hat{y}_i$  : nilai aproksimasi
- $n$  : jumlah observasi

(Nasution, 2008)

### 2.7.2 Root Mean Square Error (RMSE)

*Root Mean Square Error* berbeda dengan *Mean Square Error*. Perbedaan keduanya terletak pada perhitungannya. RMSE diperoleh dengan cara menghitung akar dari nilai MSE. RMSE merupakan rata-rata dari jumlah kuadrat. RMSE dirumuskan sebagai berikut:



$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n}}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.8)$$

Keterangan:

$y_i$  : nilai aktual  
 $\hat{y}_i$  : nilai aproksimasi  
 $n$  : jumlah observasi

(Laksana, 2017)

### 2.7.3 *Mean Absolute Error (MAE)*

*Mean Absolute Error (MAE)* adalah salah satu metode untuk mengevaluasi model dengan menggunakan jumlah dari kesalahan-kesalahan yang absolut. MAE mengukur ketepatan penelitian dengan rata-rata kesalahan dugaan (nilai absolut masing-masing kesalahan). Nilai MAE dapat dihitung dengan menggunakan rumus sebagai berikut:

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i|, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.9)$$

Keterangan:

$y_i$  : nilai aktual  
 $\hat{y}_i$  : nilai aproksimasi  
 $n$  : jumlah observasi

Nilai kesalahan yang asli biasanya tidak dirata-rata sebagai ukuran besar kecilnya kesalahan, sebab ada yang negatif dan ada yang positif. Sehingga jika dijumlahkan error pasti kecil, yang berakibat meskipun penyimpangan besar seolah-olah rata-rata kesalahan kecil. Untuk menghindari hal ini, kesalahan perlu dimutlakan (diabaikan tanda positif dan negatifnya), kemudian baru dirata-rata (Nasution, 2008).

## 2.8 Koefisien Determinasi

Analisis determinasi ( $R^2$ ) dilakukan untuk mengetahui besarnya pengaruh variabel independen ( $X$ ) dengan variabel dependen ( $Y$ ). Koefisien ini menunjukkan seberapa besar presentase variasi variabel independen yang digunakan dalam model. Jika ( $R^2$ ) bernilai 1, maka presentase pengaruh yang diberikan variabel independen sempurna, atau dengan kata lain variasi variabel yang digunakan dalam model menjelaskan 100% variasi variabel dependen. Analisis determinasi dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$R^2 = 1 - \frac{SSE}{SST} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (2.10)$$

Keterangan:

$SST$  = *Sum of Square Total* / jumlah kuadrat total

$SSE$  = *Sum of Square Error* / jumlah kuadrat error

$y_i$  = nilai variabel terikat

$\bar{y}_i$  = nilai rata-rata variabel terikat

$\hat{y}_i$  = nilai prediksi

(Walpole dkk, 2012)

## 2.9 Runge-Kutta Orde Keempat

Metode Runge-Kutta merupakan metode yang menggunakan pendekatan iterasi numerik untuk menyelesaikan masalah dalam bentuk persamaan diferensial (Wijayanti, dkk, 2011). Metode ini dinilai lebih akurat jika dibandingkan dengan metode Euler. Metode Runge-Kutta menjadi salah satu algoritma prediktor-korektor yang paling akurat dari yang lainnya (Barker, 2017)

Bentuk umum dari metode Runge-Kutta orde 4 dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= x_n + h \\ y_{n+1} &= y_n + \left(\frac{1}{6}\right)(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \end{aligned} \quad (2.11)$$

dengan  $h$  sebagai ukuran langkah tetap pada setiap iterasi, dengan:

www.itk.ac.id

- $k_1 = h \cdot f(x_n, y_n)$ , dengan  $k_1$  merupakan suatu nilai prediksi yang ditentukan berdasarkan lompatan vertikal dari titik saat ini ke titik berikutnya di sepanjang solusi numerik atau biasa disebut  $\Delta y$ .
- $k_2 = h \cdot f\left(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{k_1}{2}\right)$ , dengan  $k_2$  merupakan suatu nilai  $y$  yang saat ini ditambah setengah dari  $\Delta y$  yang juga merupakan nilai vertikal setengah naik dari titik saat ini ke titik berikutnya.
- $k_3 = h \cdot f\left(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{k_2}{2}\right)$ , dengan  $k_3$  merupakan perkiraan lain dari kemiringan solusi di titik tengah dari interval prediksi. Namun nilai  $y$  dari titik tengah didasarkan pada  $\Delta y$  yang sudah diprediksi dengan  $k_2$ .
- $k_4 = h \cdot f(x_n + h, y_n + k_3)$ , dengan  $k_4$  merupakan perkiraan nilai  $y$  di ujung kanan interval, berdasarkan pada  $\Delta y$  yang baru saja diprediksi oleh  $k_3$  (Barker, 2017).

## 2.10 Analisis Sensitivitas

Analisis sensitivitas dilakukan untuk mengetahui sejauh mana pentingnya setiap parameter model pada penyebaran penyakit. Analisis sensitivitas terdiri dari analisis sensitivitas lokal dan analisis sensitivitas global. Pada analisis sensitivitas lokal menggunakan teknik *one-at-a-time* (OAT) yaitu metode yang paling sederhana dengan diferensiasi parsial, dengan berbagai parameter nilai diambil satu per satu, sedangkan untuk analisis sensitivitas global, semua input divariasikan secara bersamaan di seluruh ruang input, biasanya menggunakan pendekatan berbasis sampling yang sering disebut dengan metode Monte-Carlo (Marino, dkk, 2008).

Untuk mengetahui pengaruh dari setiap parameter terhadap suatu penyebaran penyakit, perlu dicari indeks sensitivitas. Indeks sensitivitas atau *Normalized sensitivity index* diperoleh dari indeks sensitivitas normalisasi dari variabel  $V$ , terdiferensialkan pada parameter  $p$ , didefinisikan sebagai berikut:

$$I_p^V = \frac{\partial V}{\partial p} \times \frac{p}{V} \quad (2.12)$$

Dengan  $V$  adalah variabel yang akan dianalisis dan  $p$  adalah parameter (Chitnis, 2005).

## 2.11 Penelitian Terdahulu

Berikut adalah rangkuman hasil penelitian terdahulu yang memiliki keterkaitan dengan penelitian yang telah dilakukan.

Tabel 2.1 Penelitian Terdahulu

| No | Nama dan Tahun Publikasi      | Metode   | Hasil   |
|----|-------------------------------|--|---|
| 1  | Arief Fatchul Huda dkk, 2020  | Simulasi model SIR dengan melibatkan faktor <i>social distancing</i> untuk menganalisis proses transmisi COVID-19.   | Saat tidak ada pembatasan aktivitas sosial, jumlah kasus terinfeksi mencapai 43% dari total individu rentan. Saat ada pembatasan aktivitas sosial namun secara parsial, jumlah kasus terinfeksi mencapai 32% dari total individu rentan.  |
| 2  | Yaqing Fang dkk, 2020         | Simulasi model SIR, analisis sensitivitas untuk mengetahui kebijakan yang efektif dalam menangani COVID-19, pencocokan kurva dengan <i>polynomial regression</i> untuk mendapatkan nilai parameter | Dari hasil analisis sensitivitas diketahui bahwa kebijakan isolasi dan karantina kurang efektif, oleh karena itu rencana pengembangan dari vaksin lebih baik daripada kebijakan isolasi. Setelah melakukan pencocokan kurva didapatkan nilai parameter yang lebih cocok dengan data asli penyebaran COVID-19 yang didapatkan. |
| 3  | Rustan, Linda Handayani, 2020 | Simulasi model SEIR  | Jumlah pasien COVID-19 di Indonesia akan mencapai 15.000 kasus atau lebih jika tidak dilakukan karantina dan isolasi.   |