

BAB I

PENDAHULUAN

Pada bab ini dijelaskan mengenai hal-hal yang menjadi latar belakang permasalahan, rumusan masalah, dan batasan masalah. Selain itu, dipaparkan pula tentang tujuan penelitian, manfaat penelitian, dan kerangka penelitian dari tugas akhir ini.

1.1 Latar Belakang

Matematika merupakan salah satu ilmu dasar yang mempunyai peranan penting dalam perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi. Salah satu cabang ilmu dalam matematika adalah analisis. Menurut Edwin Hewitt dan Karl Stromberg (1965), analisis merupakan cabang ilmu matematika yang mencakup teori turunan, integral, ukuran, limit, deret dan analisis fungsional. Analisis fungsional merupakan salah satu ilmu matematika yang sering digunakan sebagai bahan penelitian. Konsep umum yang dibahas dalam analisis fungsional diantaranya ruang Banach, ruang metrik, ruang bernorma, ruang hasil kali dalam dan ruang Hilbert. Salah satu ruang yang sering dikaji oleh para matematikawan adalah ruang metrik.

Ruang metrik merupakan salah satu konsep yang penting dalam ranah analisis fungsional. Konsep tersebut banyak digunakan dalam teori-teori matematika yang lain dan sering digunakan juga dalam studi fisika lanjut. Ruang metrik adalah pasangan antara himpunan tak kosong X dengan metrik. Metrik berhubungan dengan setiap pasangan elemen (titik) pada X yang merepresentasikan jarak (Kreyszig, 1978). Jenis-jenis ruang metrik diantaranya adalah ruang metrik parsial, ruang metrik fuzzy, ruang metrik *cone* dan lain sebagainya. Salah satu ruang metrik yang sering dijadikan topik penelitian adalah ruang metrik *cone*.

Pada tahun 2007, Huang Long Guang dan Zhang Xian melalui penelitiannya yang berjudul “*Cone Metric Space and Fixed Point Theorems of*

Contractive Mappings” membahas mengenai generalisasi dari konsep ruang metrik menjadi ruang metrik *cone*. Konsep ruang metrik *cone* ini mengganti kodomain fungsi jarak (himpunan bilangan real) menjadi ruang Banach real. Tidak hanya itu, di dalam penelitian tersebut juga memperluas prinsip kontraktif Banach untuk menunjukkan keberadaan dan ketunggalan titik tetap pemetaan kontraktif pada ruang metrik *cone*. Hasil penelitian tersebut kemudian dijadikan rujukan oleh peneliti-peneliti selanjutnya untuk mengembangkan konsep ruang metrik *cone*. Beberapa peneliti yang melakukan penelitian dengan merujuk pada hasil penelitian Huang Long Guang dan Zhang Xian adalah Dejan Ilić dan Vladimir Rakočević, pada tahun 2009. Dejan Ilić dan Vladimir Rakočević menyelidiki bahwa pemetaan kontraktif quasi dapat dikonstruksi ke dalam ruang metrik *cone*.

Pemetaan kontraktif quasi adalah salah satu bentuk perluasan dari pemetaan kontraktif Banach. Pada tahun 1974 lewat tulisan yang berjudul “*A Generalization of Banach’s Contraction Principle*”, Ćirić memperluas beberapa hasil mengenai kontraktif umum dan kontraktif quasi. Setelah itu, Ćirić juga memperkenalkan dan mempelajari kontraktif quasi sebagai salah satu tipe pemetaan kontraktif yang paling umum. Hasil yang didapat menunjukkan bahwa kondisi kontraktif quasi menyiratkan semua kesimpulan dari prinsip kontraktif Banach.

Salah satu objek yang dikaji pada ruang metrik *cone* adalah teorema titik tetap. Matematikawan bernama Stefan Banach menemukan teorema kontraktif titik tetap atau lebih umum dikenal dengan nama Teorema titik tetap Banach. Teorema titik tetap Banach merupakan suatu prosedur untuk menyatakan keberadaan dan ketunggalan titik tetap suatu pemetaan. Ada berbagai aplikasi dari teori titik tetap diantaranya dalam bidang matematika, ilmu komputer, teknik, teori permainan, pemrosesan gambar, dll. Penerapan dari teorema titik tetap ini dalam matematika, diantaranya untuk pembuktian eksistensi dan ketunggalan solusi persamaan integral linear dan non linear, solusi dari sistem persamaan linear, dan persamaan diferensial biasa atau parsial. Teorema titik tetap Banach adalah tes paling signifikan untuk solusi beberapa masalah dalam matematika dan teknik.

Titik tetap atau disebut juga dengan titik kesetimbangan dalam pemodelan matematika merupakan titik gerak vektor keadaan konstan. Titik tetap ini bisa juga dikatakan merupakan solusi yang tetap konstan meskipun waktu berganti. Berdasarkan kajian ekologi, istilah kesetimbangan sangat umum dipakai untuk menggambarkan keadaan dinamika sistem yang tidak mengalami gejolak. Apabila suatu sistem yang berada dalam keadaan seimbang, kemudian salah satu sub sistem atau komponen sistemnya mengalami gangguan (perturbasi) maka seluruh sistem akan berubah (Walpole, 2016). Oleh karena itu keberadaan titik tetap atau titik kesetimbangan ini sangat diperlukan untuk suatu sistem.

Berdasarkan penelitian-penelitian di atas yang berkaitan dengan perkembangan teorema titik tetap pada ruang metrik *cone*, serta penerapan teorema titik tetap dalam menyelesaikan permasalahan matematika itulah yang melatar belakangi penulisan tugas akhir ini yang berjudul “Eksistensi dan Keberadaan Titik Tetap di Ruang Metrik *Cone* dengan Pemetaan Kontraktif Quasi”.

1.2 Perumusan Masalah

Rumusan masalah pada penelitian ini adalah bagaimana eksistensi dan ketunggalan titik tetap pemetaan kontraktif quasi pada ruang metrik *cone*.

1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah yang digunakan dalam penelitian ini, yaitu hanya membahas tentang teorema titik tetap pemetaan kontraktif quasi pada ruang metrik *cone*.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah menyelidiki eksistensi dan ketunggalan titik tetap pada ruang metrik *cone* menggunakan teorema titik tetap pemetaan kontraktif quasi.

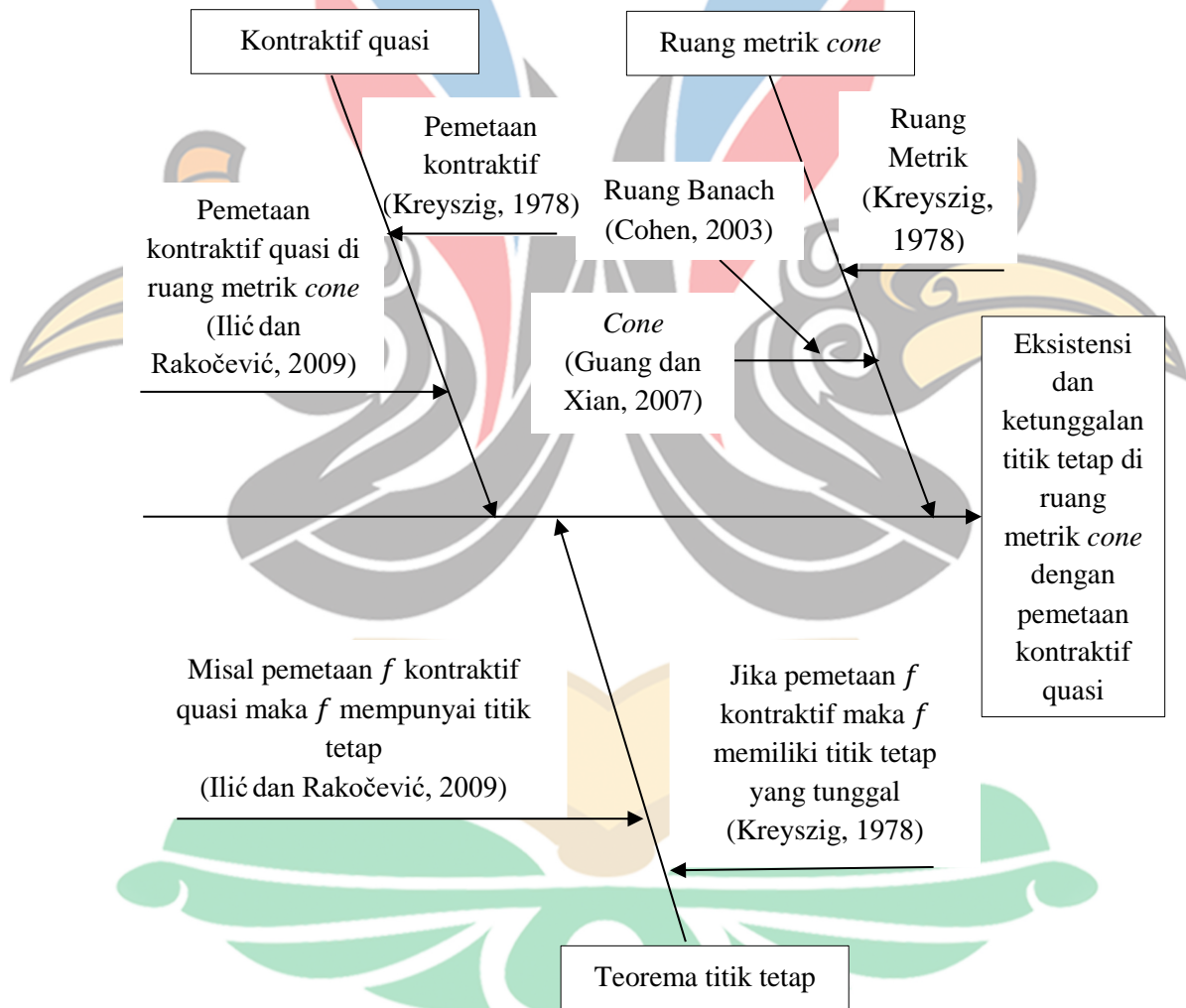
1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat dari tugas akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Memberikan masukan bagi para peneliti lain yang ingin lebih lanjut mengkaji tentang teorema titik tetap pada ruang metrik *cone*.
2. Menambah pengetahuan keilmuan kepada peneliti dan pembaca mengenai ruang metrik *cone*, pemetaan kontraktif quasi, dan pembuktian teorema titik tetap pada ruang metrik tersebut.

1.6 Kerangka Pemikiran Penelitian

Kerangka pemikiran penelitian dijelaskan melalui diagram *fishbone* yang ditunjukkan oleh Gambar 1.1.



Gambar 1. 1 Kerangka pemikiran penelitian