

BAB II TINJAUAN PUSTAKA

Bab ini dijelaskan tentang tinjauan pustaka dan dasar teori yang diperlukan untuk menunjang penelitian ini.

2.1. Proses Terjadinya Kebakaran Hutan

Kebakaran hutan diakibatkan adanya proses nyala api, hal ini dapat terjadi karena adanya tiga unsur yaitu udara, bahan bakar, dan panas (dari suhu tinggi). Sebagai gambaran ada bahan bakar dan panas yang terjadi karena suhu yang tinggi, namun tanpa adanya udara sebagai penyulut api tidak mungkin terjadi kebakaran hutan. Suatu areal kebakaran hutan memiliki bahan bakar berupa vegetasi hutan, oksigen adalah udara di sekitarnya, dan yang menjadi panas sumber api bisa berasal dari kilat, gesekan ranting atau terfokusnya sinar matahari oleh benda seperti kaca serta panas oleh sumber api adanya ulah manusia.

(Purbowaseo, 2004).

2.2. Faktor – Faktor yang Mempengaruhi Penyebaran Api

Penyebaran api kebakaran hutan dipengaruhi oleh kondisi bahan bakarnya. Kondisi bahan bakar bagaimana mempengaruhi kecepatan menjalarnya yaitu kelembaban, ukuran dan kesinambungan bahan bakar. Beberapa faktor tersebut diuraikan sebagai berikut:

2.2.1 Kelembapan Bahan Bakar

Kemudahan bahan bakar untuk menyala tergantung kelembapannya, semakin tinggi kelembapan berarti semakin banyak kandungan air dalam bahan bakar, sehingga akan menyulitkan api untuk menyala dan menjalar. Demikian pula sebaliknya apabila bahan bakar hanya sedikit mengandung kelembapan, maka ini akan mempermudah api untuk menjalar. Bahan bakar kering akan mempermudah dan mempercepat api menjalar. Bahan bakar yang memiliki kelembapan tinggi umumnya berasal dari pohon-pohon yang masih hidup, sedangkan bahan bakar

dengan kelembapan rendah berasal dari tumbuh – tumbuhan yang sudah mati, bisa berupa pohon mati, sisa – sisa pembalakan seperti tonggak, serpihan potongan ranting, dan sebagainya.

2.2.2 Ukuran Bahan Bakar

Kecepatan menjalarnya api juga ditentukan oleh ukuran bahan bakarnya. Bahan bakar yang ringan akan lebih cepat menjalarnya dibandingkan dengan yang berat. Contoh bahan bakar ringan seperti daun-daunan, rerumputan, semak-semak ringan. Sedangkan contoh bahan bakar berat, seperti tonggak bekas penebangan, batang – batang pohon yang tertinggal di hutan, serta cabang – cabang pohon. Bahan bakar yang besar akan lebih lambat menjalarnya

2.2.3 Kesenambungan Bahan Bakar

Bahan bakar yang berkesinambungan akan mempermudah api untuk menjalar. Hal ini disebabkan pemindahan panas dari bahan bakar satu ke bahan bakar di dekatnya akan berjalan dengan baik. Lain halnya apabila bakar dipisahkan oleh sekat misalnya jalan, parit atau lahan gundul, maka proses pemindahan panas dari bahan bakar satu ke sekitarnya tidak berjalan baik karena terhalang oleh adanya sekat tersebut, yang merupakan bahan bakar yang tidak mudah terbakar. Konsep inilah yang dikembangkan dalam rangka pembuatan sekat bakar sebagai *fire break* (Purbowaseo, 2004).

2.3. Persamaan Diferensial Parsial

Persamaan diferensial parsial merupakan laju perubahan terhadap dua atau lebih variabel bebas yang biasanya adalah waktu dan jarak (ruang). Bentuk umum persamaan diferensial parsial order 2 dan dua dimensi adalah:

$$a \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + b \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y \partial x} + c \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + d \frac{\partial \varphi}{\partial x} + e \frac{\partial \varphi}{\partial y} + f \varphi + g = 0, \quad (2.1)$$

a, b, c, d, e, f , dan g bisa merupakan fungsi dari variabel x dan y dan variabel tidak bebas φ . (Triatmojo, 2002).

Persamaan diferensial parsial dapat dibedakan menjadi 3 tipe yaitu; Persamaan elips jika

$$b^2 - 4ac < 0, \quad (2.2)$$

persamaan parabola jika www.itk.ac.id

$$b^2 - 4ac = 0, \quad (2.3)$$

dan persamaan hiperbola jika

$$b^2 - 4ac > 0. \quad (2.4)$$

(Djojodihardjo, 2000).

2.4. Persamaan Panas

Misalkan ρ adalah kepadatan material, c_p adalah panas spesifik, dan k adalah konduktivitas termal, maka persamaan panas dua dimensi dapat dinyatakan sebagai

$$\rho c_p \frac{\partial u}{\partial t} = k \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right). \quad (2.5)$$

(Mohamed, 2020).

Persamaan panas dua dimensi mengandung tiga variabel bebas yaitu variabel t yang menyatakan waktu dan variabel x, y yang menyatakan ruang dan satu variabel terikat yaitu u yang terikat pada tiga variabel bebas yaitu (x, y, t) . Persamaan panas dua dimensi merupakan persamaan diferensial parsial karena dua variabel bebas dari persamaan tersebut (x, y) mengandung dua turunan parsial. Notasi lain untuk persamaan panas dua dimensi adalah

$$u_t = \sigma(u_{xx} + u_{yy}). \quad (2.6)$$

Persamaan panas dua dimensi merupakan persamaan diferensial parsial linier karena variabel bebas dan turunannya tidak merupakan perkalian atau perpangkatan (Kumala, 2013).

2.5. Deret Taylor

Deret Taylor merupakan dasar yang digunakan untuk menyelesaikan masalah metode numerik, terutama penyelesaian persamaan diferensial. Bila suatu fungsi $y(x)$, diketahui nilainya pada kedudukan $x = x_0$, maka nilainya pada kedudukan $x = x_0 + \Delta x$ dapat diramalkan dengan menuliskannya dalam deret Taylor sebagai berikut: www.itk.ac.id

$$(2.1)y(x_0 + \Delta x) = y(x) + \frac{(x-x_0)}{1!}y'(x_0) + \frac{(x-x_0)^2}{2!}y''(x_0) + \dots + R_n. \quad (2.7)$$

Bila nilai setelah turunan pertama dimisalkan R_1 , akan diperoleh bentuk:

$$y(x_0 + \Delta x) = y(x) + (x - x_0)y'(x_0) + R_1. \quad (2.8)$$

Suku pertama ruas kanan Persamaan (2.7) dapat digunakan sebagai hampiran turunan fungsi $y(x)$. Dengan demikian turunan suatu fungsi $f(x)$ untuk diferensi maju pada $x = x_0$ didefinisikan sebagai berikut:

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}. \quad (2.9)$$

(Triatmojo, 2002).

2.6. Metode Beda Hingga

Metode beda hingga merupakan salah satu alat dasar penyelesaian numerik suatu persamaan diferensial parsial. Secara umum proses penyelesaian metode ini adalah dengan transformasi persamaan diferensial parsial ke bentuk beda hingga menggunakan deret Taylor, selanjutnya dilakukan iterasi dengan kondisi awal dan kondisi batas sesuai dengan skema yang dipilih untuk memperoleh solusi numeriknya.

Terdapat beberapa cara yang dapat dikembangkan dari deret Taylor guna memperoleh turunan secara numerik yaitu:

2.6.1 Hampiran Beda Maju (*Forward Difference*)

Turunan pertama untuk hampiran beda maju adalah:

$$f'(x_i) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{(x_{i+1} - x_i)} + O(h), \quad (2.10)$$

atau

$$f'(x_i) = \frac{\Delta f_i}{h} + O(h), \quad (2.11)$$

dengan Δf_i disebut beda maju pertama dan h disebut ukuran langkah, yaitu panjang selang hampiran. Hampiran turunan di titik i dipergunakan data pada titik yang bersangkutan dengan titik yang di depannya.

Rumus turunan kedua untuk hampiran beda maju adalah

$$f''(x_i) = \frac{f(x_{i+2}) - 2f(x_i) + f(x_{i-2}))}{h^2}. \quad (2.12)$$

2.6.2 Hampiran Beda Mundur (*Backward Difference*)

Deret Taylor dapat diekspansi mundur untuk menghitung nilai turunan fungsi $f(x)$ berdasarkan nilainya pada titik yang diketahui

$$f(x_{i-1}) = f(x_i) - hf'(x_i) + \frac{h^2}{2!}f''(x_i) - \dots, \tag{2.13}$$

Turunan pertama untuk hampiran beda ke belakang adalah:

$$f'(x_i) = \frac{f(x_i) - f(x_{i-1}))}{h} - O(h), \tag{2.14}$$

atau

$$f'(x_i) = \frac{f(x_i) - f(x_{i-1}))}{h} = \frac{\Delta f_i}{h}. \tag{2.15}$$

dengan galat sebesar $O(h)$.

Rumus turunan kedua untuk *backward difference* adalah

$$f''(x_i) = \frac{f(x_i) - 2f(x_{i-1}) + f(x_{i-2}))}{h^2}. \tag{2.16}$$

2.6.3 Hampiran Beda Tengah (*Central Difference*)

Cara ketiga untuk menghitung turunan pertama adalah dengan mengurangi rumus beda mundur dari rumus beda maju berdasarkan ekspansi deret Taylor

$$f(x_{i+1}) = f(x_i) + f'(x_i)h + \frac{f''(x_i)}{2}h^2 + \frac{f'''(x_i)}{6}h^3, \tag{2.17}$$

dengan demikian dihasilkan

$$f(x_{i+1}) - f(x_{i-1}) = 2f'(x_i)h + \frac{f'''(x_i)}{3}h^3, \tag{2.18}$$

dari sini diperoleh

$$f'(x_i) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_{i-1}))}{2h} - \frac{f'''(x_i)}{6}h^2, \tag{2.19}$$

atau

$$f'(x_i) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_{i-1}))}{2h} - O(h^2), \tag{2.20}$$

atau

$$f'(x_i) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_{i-1}))}{2h}, \quad (2.21)$$

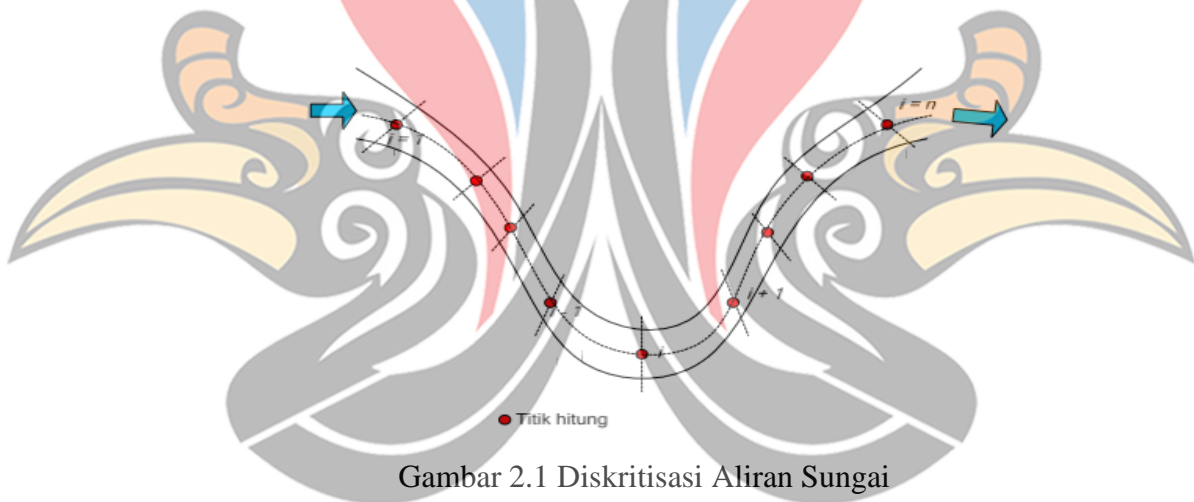
sedangkan untuk turunan kedua hampiran beda pusat adalah:

$$f''(x_i) = \frac{f(x_{i+1}) - 2f(x_i) + f(x_{i-1}))}{h^2}. \quad (2.22)$$

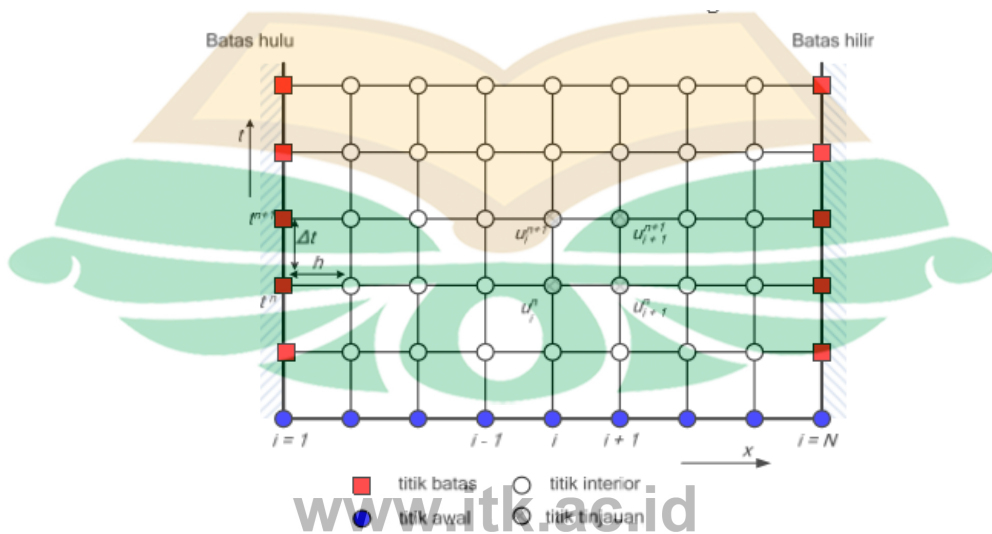
(Djojodihardjo, 2000).

2.7. Diskritisasi

Benda atau struktur yang akan dianalisis dibagi atau dipotong menjadi bagian-bagian kecil (disebut grid). Inilah yang dinamakan sebagai diskritisasi. Banyaknya grid yang dibentuk bergantung pada bentuk benda yang akan dianalisis. Berikut ini contoh diskritisasi aliran sungai.



Gambar 2.1 Diskritisasi Aliran Sungai



Gambar 2.2 Kisi Beda Hingga Ruang (x) dan waktu (t)

Meskipun suatu benda dapat didiskritisasi ke dalam sistem, komponen atau grid yang lebih kecil, namun harus disadari bahwa sistem yang asli merupakan suatu keseluruhan. Daerah kompleks yang mendefinisikan kontinuitas didiskritisasi/dibagi menjadi sejumlah sub daerah / potongan-potongan geometrik sederhana yang tidak saling tumpang tindih. Terkait dengan persamaan dasar, diskritisasi variabel dilakukan dengan mengganti fungsi $u(x, t)$ dengan nilai diskrit $\{u_t^n\}$ yang akan mendekati nilai u pada titik yang ditentukan, $u_t^n \approx u(x_u t_n)$.

(Candra, 2011).

2.8. Masalah Nilai Batas

Diberikan persamaan diferensial linear orde 2 berikut:

$$a_2(x)y'' + a_1(x)y' + a_0(x)y = f(x). \quad (2.23)$$

Koefisien-koefisien $a_2(x)$, $a_1(x)$, $a_0(x)$, dan $f(x)$ merupakan fungsi – fungsi yang kontinu di dalam suatu selang $a \leq x \leq b$, pada sebuah titik $x = x_0$ di dalam selang $a \leq x \leq b$ memenuhi dua syarat awal yang diberikan

$$y(x_0) = y_0 \text{ dan } y'(x_0) = y_1. \quad (2.24)$$

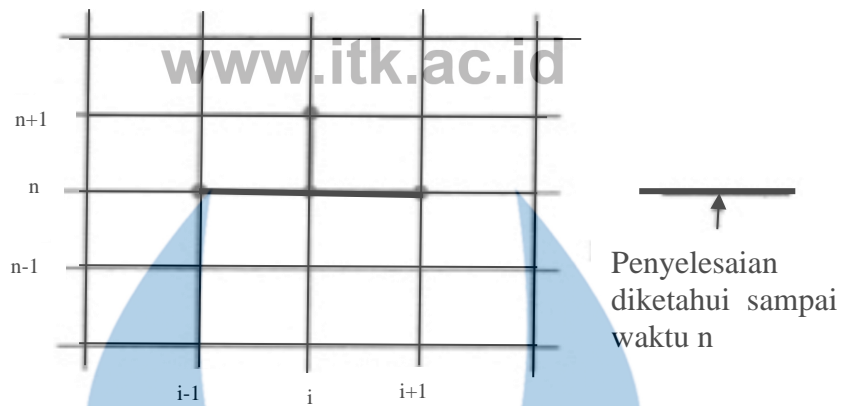
Persamaan (2.23) dan Persamaan (2.24), merupakan suatu masalah nilai awal. Masalah nilai awal peubah bebas x dari persamaan diferensial pada umumnya menyatakan waktu, x_0 menyatakan waktu awal dan y_0 dan y_1 menyatakan syarat awal. Tetapi bila peubah bebas x merupakan peubah yang menyatakan tempat (*space variable*), biasanya yang ingin dicari adalah suatu penyelesaian dari Persamaan (2.24) yang memenuhi syarat pada titik akhir dari selang $a \leq x \leq b$ memenuhi syarat batas yang diberikan

$$y(a) = A \text{ dan } y(b) = B. \quad (2.25)$$

(Zahroh, 2011).

2.9. Skema Eksplisit

Skema eksplisit nilai pada suatu titik dihitung secara langsung dari nilai di beberapa titik di sekitarnya pada waktu sebelumnya yang sudah diketahui nilainya atau setiap besaran. Sehingga nilai pada waktu selanjutnya dapat ditentukan. Gambar 2.3 merupakan contoh pada skema eksplisit, variabel pada waktu $n + 1$ dihitung berdasarkan variabel pada waktu n yang sudah diketahui.



Gambar 2.3 Skema Eksplisit

Fungsi variabel (temperatur) $T(x, t)$ dan turunannya dalam ruang dan waktu didekati oleh bentuk berikut:

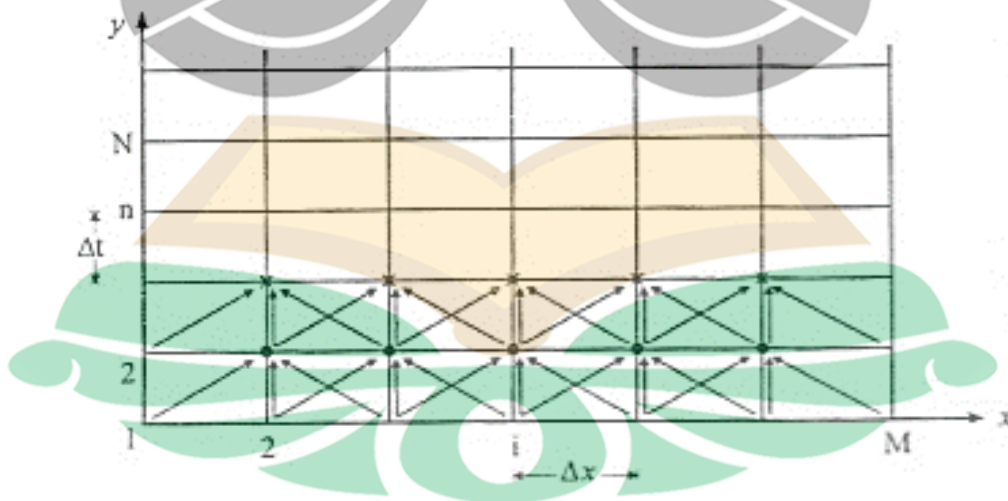
$$T(x, t) = T_i, \quad (2.26)$$

$$\frac{\partial T(x, t)}{\partial t} = \frac{T^{n+1} - T^n}{\Delta t}, \quad (2.27)$$

$$\frac{\partial^2 T(x, t)}{\partial x^2} = \frac{T_{i-1}^n - 2T_i^n + T_{i+1}^n}{\Delta x^2}. \quad (2.28)$$

(Triatmodjo, 2002)

Nilai yang telah dihitung tersebut digunakan untuk menghitung $T_i (i = 1, \dots, M)$ untuk waktu berikutnya lagi. Prosedur hitungan ini diulang lagi sampai akhirnya didapat nilai T_i untuk semua waktu



Gambar 2.4 Langkah – Langkah hitungan dengan skema eksplisit

2.10. Syarat Kestabilan

Suatu permasalahan persamaan diferensial parsial dapat menjadi stabil dan tidak stabil. Suatu konsep kestabilan dan ketidakstabilan dapat diterapkan dalam skema beda hingga. Ketidakstabilan skema beda hingga menghasilkan kesalahan dalam aproksimasi numerik terhadap solusi nilai eksak dari masalah yang diberikan, sehingga solusi numerik kurang mendekati nilai eksak.

Salah satu metode untuk menganalisis kestabilan skema adalah stabilitas *von Neumann* dengan menerapkan stabilitas *von Neumann*. Syarat kestabilan didapatkan dengan substitusi Persamaan (2.29) ke persamaan diferensial pada skema beda hingga yang digunakan.

$$u(x_i, t_n) = \alpha^n e^{I\beta i}, \quad (2.29)$$

superskrip i menunjukkan posisi, n menunjukkan waktu, I merupakan bilangan imajiner dan untuk semua β dalam interval $[0, 2\pi]$. Syarat perlu dan cukup stabilitas *von Neumann* adalah $|\alpha| \leq 1$ (Zauderer, 2006).

2.11. Cellular Automata

Cellular automata adalah suatu model dari sistem fisik dimana ruang dan waktu adalah diskrit dan interaksi yang terjadi bersifat lokal. Disamping kesederhanaan strukturnya, *Cellular automata* juga dapat digunakan untuk memperlihatkan fenomena kompleks yang dinamis dan dapat menerangkan berbagai macam proses dan sistem fisik. *Cellular automata* terdiri dari satu, dua atau n -dimensi *array* yang terdiri dari sel-sel yang seragam dan tetap. Biasanya dipergunakan *Cellular automata* satu atau dua dimensi karena kesulitan dalam memvisualisasikan model dengan dimensi yang lebih tinggi. Sel-sel tersebut merupakan representasi dari sistem fisik dan masing-masing sel memiliki nilai.

(Suwarno & Hutahaean, 2005)

Unsur pembentuk *Cellular Automata* terdiri atas:

- a) Geometri, yaitu bentuk sel serta bentuk sistem yang disusun oleh sel-sel tersebut. Geometri *Cellular Automata* terdiri atas dimensi *Cellular Automata* tersebut (1 dimensi, 2 dimensi, dan seterusnya) serta bentuk geometri dari masing-masing sel penyusunnya.

- b) *State set* adalah himpunan keadaan atau status yang dapat dimiliki oleh masing-masing sel *Cellular Automata* tersebut. Status ini dapat berupa angka atau sifat tertentu. Misalnya bila masing-masing sel merepresentasikan hutan maka status dapat merepresentasikan misalnya jumlah binatang pada masing-masing lokasi atau jenis pohon-pohon yang tumbuh. *State set* haruslah berhingga (*finite*, terbatas) dan terhitung (*countable*, diskrit).
- c) *Neighbourhood* atau ketetanggaan ialah sel-sel yang dapat mempengaruhi status suatu sel pada *Cellular Automata*. Umumnya *neighbourhood* suatu sel hanya meliputi sel-sel yang berada di sekitarnya. Berdasarkan strukturnya ada beberapa jenis *neighbourhood* yang telah dikenal secara umum, antara lain geometri dua dimensi, yaitu *Von Neuman neighbourhood*, *Moore neighbourhood*, dan *Margolus neighbourhood*.
- d) Fungsi transisi adalah aturan yang menentukan bagaimana status suatu sel berubah berdasarkan status sekarang dan status tetangganya.
- e) Status awal sel adalah status yang dimiliki oleh masing-masing sel pada saat sistem mulai berjalan (Sulistiyanto & Pulungan, 2014).

State dari sel pada *time step* ($t + 1$) dihitung berdasarkan fungsi F . F adalah fungsi dari *state* sel dan *state* dari tetangga-tetangganya pada *time step* (t). Sebagai contoh, misalkan sebuah CA dua dimensi pada Gambar 2.15

$(i - 1, j - 1)$	$(i - 1, j)$	$(i - 1, j + 1)$
$(i, j - 1)$	(i, j)	$(i, j + 1)$
$(i + 1, j - 1)$	$(i + 1, j)$	$(i + 1, j + 1)$

Gambar 2.5 *Cellular Automata* 2 Dimensi

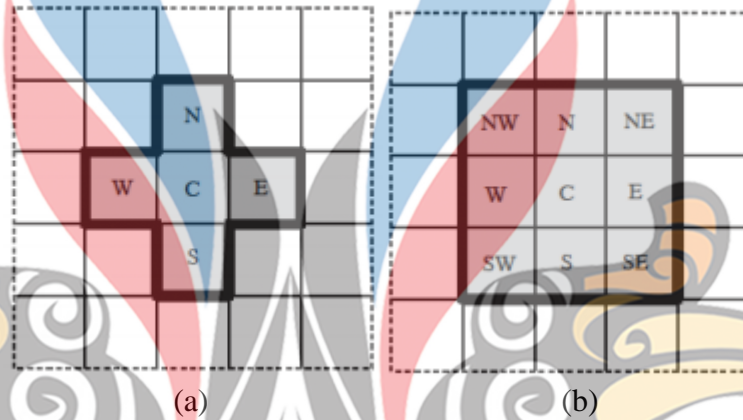
Pada contoh ini sel (i, j) terdiri dari delapan sel tetangga yang berdekatan. *Cellular automata local rule* yang akan digunakan untuk menghitung sel (i, j) pada *time step* $(t + 1)$ merupakan fungsi dari keadaan sel (i, j) itu sendiri dan keadaan sel-sel pada *time step* t . Jadi,

$$C_{i,j}^{t+1} = F(C_{i-1,j-1}^t, C_{i-1,j}^t, C_{i-1,j+1}^t, C_{i,j-1}^t, C_{i,j}^t, \dots, C_{i+1,j+1}^t) \quad (2.30)$$

$C_{i,j}^t$ dan $C_{i,j}^{t+1}$ adalah keadaan sel (i, j) pada *time step* t dan $t + 1$.

(Suwarno & Hutahaean, 2005)

Untuk setiap sel didefinisikan ketetanggaan yang menentukan evolusi sel secara lokal. Ukuran ketetanggaan adalah sama untuk setiap sel.



Gambar 2.6 Arah Penyebaran Api berdasarkan (a) ketetanggaan von *neumann* dan (b) ketetanggaan *moore*
Arah penyebaran untuk grid persegi yang biasa digunakan untuk model CA adalah dengan delapan ketetanggaan atau empat ketetanggaan yang terlihat pada gambar 2.6 (Quartieri, Mastorakis, Iannone, & Guarnaccia, 2010).

Beberapa variabel yang digunakan adalah angin dan vegetasi, sehingga probabilitas api menyebar ke sel tetangga adalah:

$$P_{burn} = P_0(1 + P_{veg})P_w, \quad (2.31)$$

dengan

$$P_w = \exp[V(c_1 + c_2(\cos(\theta) - 1))]. \quad (2.32)$$

V menunjukkan kecepatan angin, c_1, c_2 adalah koefisien determinasi dan θ adalah sudut antara arah penyebaran api dan arah angin.

(Alexandridis, Russo, Vakalis, Bafas, & Siettos, 2011).

2.12. Penelitian Terdahulu

Berikut adalah rangkuman hasil penelitian terdahulu yang memiliki keterkaitan dengan penelitian yang telah dilakukan.. [harus ditambahkan "add

Tabel 2.1 Penelitian terdahulu

No	Nama dan Tahun Publikasi	Hasil
1	(Chasanah, 2017)	Metode : Metode beda hingga skema eksplisit CTCS pada persamaan gelombang dua dimensi. Hasil : Hasil Simulasi penggunaan metode beda hingga skema eksplisit CTCS pada persamaan gelombang dua dimensi stabil dengan syarat tertentu.
2	(Freire & DaCamara, 2019)	Metode : <i>Cellular Automata</i> Hasil : Pola simulasi probabilitas pembakaran seperti yang diperkirakan dari 100 simulasi menunjukkan adanya penurunan dari batas-batas yang diamati, menunjukkan bahwa model tersebut mewakili nilai tambah untuk membantu memutuskan lokasi tempat mengalokasikan sumber daya untuk pemadaman kebakaran
3	(Oktaviana, Noviani, & Yudhi, 2020)	Metode : Metode Beda Hingga Eksplisit dan Implisit Untuk Menyelesaikan Persamaan Panas. Hasil : solusi persamaan panas dimensi satu dengan metode beda hingga eksplisit dan implisit dan hasil yang menunjukkan adanya perubahan suhu dari temperature tinggi ke temperature rendah yang dipengaruhi oleh waktu karena adanya proses perpindahan panas.