

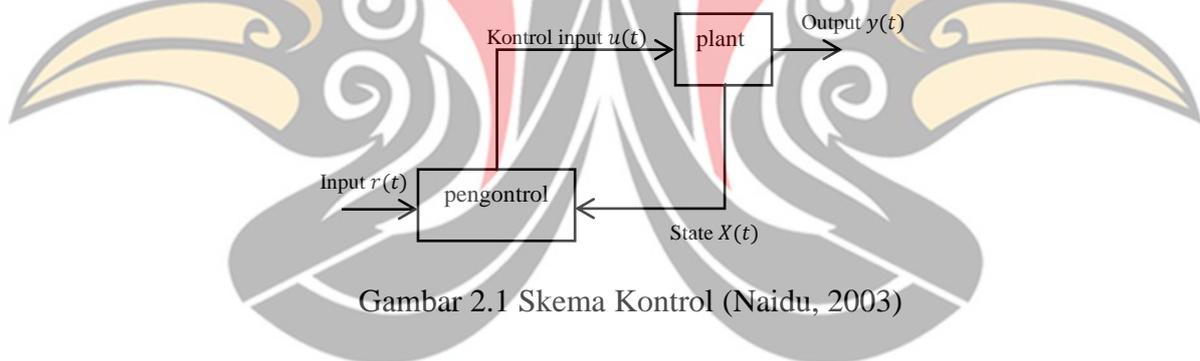
## BAB II

### TINJAUAN PUSTAKA

Bab ini berisi beberapa tinjauan pustaka dan dasar teori yang di perlukan untuk menunjang penelitian yang dilakukan, model matematika kapal, *Nonlinear Model Predictive Control* (NMPC), dan penelitian-penelitian terdahulu.

### 2.1 Kontrol Optimal

Kontrol optimal menyatakan kondisi optimal yang mengatur *plant* dari keadaan awal sampai keadaan akhir yang umumnya disertai dengan kendala. Kontrol dengan keadaan dan waktu yang sama dapat ditentukan nilai minimum atau maksimumnya berdasarkan *performance index* (ukuran kuantitas dari performa suatu sistem) sebagaimana pada Gambar 2.1 (Naidu, 2003).



Gambar 2.1 Skema Kontrol (Naidu, 2003)

Masalah kontrol optimal terdiri dari:

1. Mendeskripsikan secara matematis suatu model atau system.
2. Spesifikasi dari *performance index*.
3. Menentukan fungsi tujuan serta kendala atau syarat batas yang berlaku.

Dicari kontrol ( $u$ ) yang optimal dalam memaksimalkan atau meminimumkan *performance index*:

$$J = \phi(x(t_f), t_f) + \sum_{t_0}^{t_f} f(x(t), u(t), t) dt,$$

dengan kendala:

$$\dot{x} = f(x, u, t),$$
$$x(t_0) = x_0.$$

Ketika  $\Phi = 0$ , *performance index* dikatakan dalam bentuk Mayer dan ketika  $f = 0$ , *performance index* dikatakan dalam bentuk Lagrange. Kontrol  $u(t)$  dikatakan kontrol optimal apabila ketika disubstitusikan ke dalam sistem dinamik diperoleh state yang optimal dan pada saat yang sama juga mengoptimalkan *performance index* (Naidu, 2003).

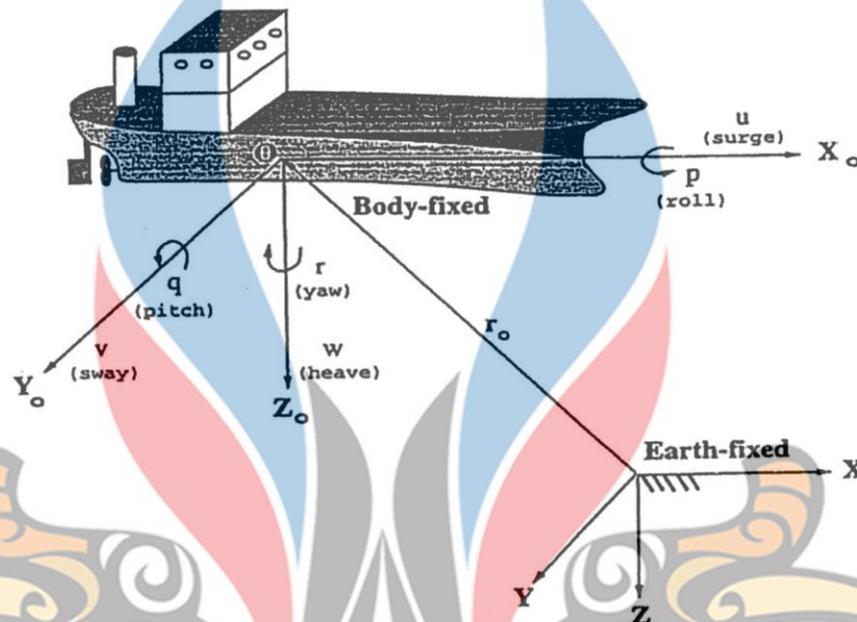
Masalah optimasi pada kontrol optimal diselesaikan dengan memodelkan permasalahan ke dalam sebuah program matematis kemudian memecahkannya dengan teknik-teknik atau metode optimasi. Penyelesaian dari masalah optimal kontrol diantaranya adalah dengan *Linear Programming* (LP) dan *Nonlinear Programming* (NLP). *Linear programming* dapat diterapkan pada masalah optimasi yang memiliki fungsi tujuan dan kendala yang bersifat linear. Sedangkan *nonlinear programming* digunakan ketika sebagian atau seluruh fungsi (fungsi tujuan dan fungsi kendala) adalah nonlinear dalam masalah optimasi. Diperlukan metode numerik untuk penyelesaian masalah optimasi nonlinear karena metode analitik terlalu rumit untuk menyelesaikan beberapa permasalahan pada fungsi nonlinear (Arora, 2004).

## 2.2 Model Matematika Kapal 3 DOF

Secara umum gerakan yang dialami sebuah kapal ketika melaju di lautan ada dua macam, yaitu gerakan translasi dan rotasi. Gerak translasi kapal dibagi menjadi tiga, yaitu: *surge*, *sway* dan *heave*. Gerak rotasi kapal yaitu *pitch*, *roll* dan *yaw*. Gerakan tersebut disebut juga dengan *Degree of Freedom* (DOF) atau derajat kebebasan (Fossen, 1994).

Model matematika dinamika kapal dengan gerak kapal enam 6 DOF untuk kendaraan bawah air dituliskan oleh Fossen pada tahun 1994. Penelitian berikutnya menggunakan model dinamika kapal yang lebih khusus dengan memperhatikan derajat gerak kapal secara parsial. Beberapa diantara penelitian tersebut yaitu : model matematika dinamika kapal 1 DOF dengan hanya mempertimbangkan *yaw rate* pada sistem dinamik kapal oleh Li & Sun, (2011),

model matematika kapal mempertimbangkan pergerakan *surge*, *sway*, dan *yaw* dengan *surge* konstan, serta pemodelan kapal menggunakan 4 DOF pada sistem dinamik kapal pada penelitian (Perez) 2005, Yoon dkk., (2007), dan Wang dkk., (2010).



Gambar 2.2 Sistem koordinat kapal dan bumi (Fossen, 1994)

Persamaan model matematika kapal disusun berdasarkan koordinat kapal dan bumi seperti pada Gambar 2.1. Kapal juga memiliki komponen yang dibagi dalam tiga keadaan, yaitu gaya dan momen, kecepatan linear dan angular, serta posisi dan sudut euler sebagaimana ditampilkan pada Tabel 2.1. Pergerakan kapal mencakup gerakan rotasi dan translasi yang memiliki pusat pada tiga sumbu utama, antara lain: sumbu longitudinal x (dari buritan ke depan), sumbu transversal y (samping), dan sumbu normal bumi z (dari atas ke bawah).

Tabel 2.1 Komponen gerak dari kapal (Fossen,1994)

DOF		Gaya dan momen	Kecepatan linear dan angular	Posisi dan sudut euler
1	Gerak arah-x ( <i>surge</i> )	$X$	$u$	$x$
2	Gerak arah-y ( <i>sway</i> )	$Y$	$v$	$y$
3	Gerak arah-z ( <i>heave</i> )	$Z$	$w$	$z$
4	Rotasi dengan sumbu-x ( <i>roll</i> )	$K$	$p$	$\phi$

DOF		Gaya dan momen	Kecepatan linear dan angular	Posisi dan sudut euler
5	Rotasi dengan sumbu-y ( <i>pitch</i> )	$M$	$q$	$\theta$
6	Rotasi dengan sumbu-z ( <i>yaw</i> )	$N$	$r$	$\psi$

Model dinamika kapal disusun berdasarkan prinsip mekanika *Newtonian*. Dalam prinsip *Newtonian*, terdapat formulasi *Newton-Euler* yang didasari pada hukum dua Newton yang didefinisikan pada Persamaan (2.1).

$$m \dot{v} = f, \quad (2.1)$$

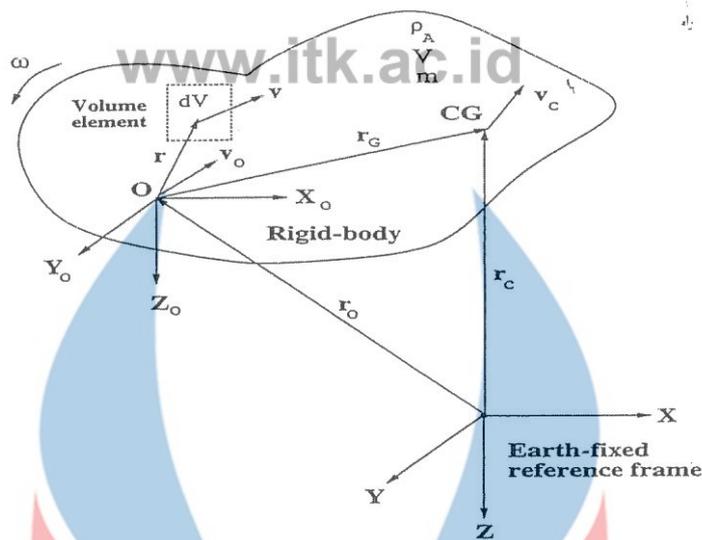
dengan  $m$  adalah massa,  $\dot{v}$  percepatan, dan  $f$  adalah gaya.

Hukum dua Newton kemudian diekspresikan oleh Leonhard Euler dengan melibatkan aspek linear  $p_c$  dan momen angular  $h_c$  dengan indeks  $c$  menyatakan kesesuaian dengan pusat kapal dari gravitasi.

$$\dot{p}_c \triangleq f_c; \dot{p}_c \cong m v_c, \quad (2.2)$$

$$\dot{h}_c \triangleq m_c; \dot{h}_c \cong I_c \omega. \quad (2.3)$$

Notasi  $f_c$  dan  $m_c$  merupakan gaya dan momen yang bersesuaian dengan pusat badan kapal dari gravitasi.  $\omega$  adalah vektor kecepatan angular dan  $I_c$  adalah tensor inersia pusat badan kapal dari gravitasi (Fossen,1994).



Gambar 2.3 Inersial, bingkai referensi bumi tetap non-rotasi XYZ, dan bingkai referensi rotasi  $X_0Y_0Z_0$

Persamaan gaya pada gerak translasi diperoleh dari Persamaan (2.2) dan dengan memerhatikan Gambar 2.1 yang dituliskan pada Persamaan (2.4).

$$m(\dot{v}_0 + \omega \times v_0 + \dot{\omega}_0 \times r_G + \omega \times (\omega \times r_G)) = f_0, \quad (2.4)$$

dengan  $m$  adalah massa dari kapal,  $v_0 = [u, v, w]$  merupakan kecepatan linear kapal,  $\omega = \begin{bmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{bmatrix}$  merupakan kecepatan angular dari bingkai rotasi

*body-fixed* yang mengacu pada bingkai *earth-fixed* menggunakan konsep transformasi kecepatan angular dengan *skew-symmetrical*,  $r_G = [x_G, y_G, z_G]^T$  merupakan jarak dari sistem koordinat *origin* O *body-fixed* ke pusat gravitasi kapal pada *rigid-body*, serta  $f_0 = [X, Y, Z]^T$  merupakan gaya eksternal translasi yang bekerja pada kapal yang bersesuaian dengan sumbu  $X_0Y_0Z_0$ .

Sementara untuk gerak rotasi kapal pada *origin* O dituliskan dengan Persamaan (2.5).

$$I_0 \dot{\omega}_0 + \omega \times (I_0 \omega) + m r_G \times (\dot{v}_0 + \omega \times v_0) = m_0, \quad (2.5)$$

dengan  $I_0 = \begin{bmatrix} I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_y & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_z \end{bmatrix}$ , di mana  $I_x, I_y, I_z$  merupakan inersia di sekitar sumbu  $X_0Y_0Z_0$  sedangkan  $I_{xy} = I_{yx}, I_{xz} = I_{zx}$ , dan  $I_{yz} = I_{zy}$  adalah *products* dari

inersia. Jarak dari sistem koordinat *origin*  $O$  *body-fixed* ke pusat gravitasi kapal pada *rigid-body*, pusat gravitasi  $r_G = [x_G, y_G, z_G]^T$  serta vektor momen yang bersesuaian dengan sumbu  $X_0Y_0Z_0$ , serta momen eksternal  $m_0 = [K, M, N]^T$ .

Persamaan gerak translasi yang dituliskan pada Persamaan (2.4) dan persamaan gerak rotasi kapal pada Persamaan (2.5) kemudian diadaptasi untuk memperoleh persamaan umum gerak *Rigid Body* kapal 6 DOF sebagaimana pada Persamaan (2.6) :

$$\begin{aligned}
 m[\dot{u} - vr + wq - x_G(q^2 + r^2) + y_G(pq - \dot{r}) + z_G(pr + \dot{q})] &= X, \\
 m[\dot{v} - wp + ur - y_G(r^2 + p^2) + z_G(qr - \dot{p}) + x_G(qp + \dot{r})] &= Y, \\
 m[\dot{w} - uq + vp - z_G(p^2 + q^2) + x_G(rp - \dot{q}) + y_G(rq + \dot{p})] &= Z, \\
 I_x \dot{p} + (I_z - I_y)qr - (\dot{r} + pq)I_{xz} + (r^2 - q^2)I_{yz} + (pr - \dot{q})I_{xy} &= K, \\
 &+ m[y_G(\dot{w} - uq + vp) - z_G(\dot{v} - wp + ur)] \\
 I_y \dot{q} + (I_x - I_z)rp - (\dot{p} + qr)I_{xy} + (p^2 - r^2)I_{zx} + (qp - \dot{r})I_{yz} &= M, \\
 &+ m[z_G(\dot{u} - vr + wq) - x_G(\dot{w} - uq + vp)] \\
 I_z \dot{r} + (I_y - I_x)pq - (\dot{q} + rp)I_{yz} + (q^2 - p^2)I_{xy} + (rq - \dot{p})I_{zx} &= N. \\
 &+ m[x_G(\dot{v} - wp + ur) - y_G(\dot{u} - vr + wq)]
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

Persamaan yang mendefinisikan  $X, Y$ , dan  $Z$  adalah gaya yang diperoleh dari persamaan gerak translasi kapal, sementara  $K, M$ , dan  $N$  merupakan momen gaya berdasarkan persamaan gerak rotasi kapal. Persamaan ini dapat dinyatakan dengan

$$\mathbf{M}_{RB} \dot{\mathbf{v}} + \mathbf{C}_{RB}(\mathbf{v})\mathbf{v} = \boldsymbol{\tau}_{RB}. \tag{2.7}$$

Vektor linear dan kecepatan angular *body-fixed* didefinisikan dengan  $\mathbf{v} = [u, v, w, p, q, r]^T$  sementara  $\boldsymbol{\tau}_{RB} = [X, Y, Z, K, M, N]^T$  merupakan vektor gaya dan momen eksternal, serta

$$\mathbf{M}_{RB} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & mz_G & -my_G \\ 0 & m & 0 & -mz_G & 0 & mx_G \\ 0 & 0 & m & my_G & -mx_G & 0 \\ 0 & -mz_g & my_G & I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ mz_G & 0 & -mx_G & -I_{yz} & I_y & -I_{yz} \\ -my_G & mx_G & 0 & -I_{xz} & -I_{xy} & I_z \end{bmatrix}$$

dan

$$C_{RB}(\mathbf{v}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -m(y_G q + z_G r) & -m(x_G q - w) & m(z_G p - v) \\ m(x_G q - w) & -m(z_G r + x_G p) & m(z_G q + u) \\ m(x_G r + v) & m(y_G r - u) & -m(x_G p + y_G q) \\ \\ m(y_G q + z_G r) & -m(x_G q - w) & -m(x_G r + v) \\ -m(y_G p + w) & m(z_G r + x_G p) & -m(y_G r - u) \\ -m(z_G p - v) & -m(z_G q + u) & m(x_G p + y_G q) \\ 0 & -I_{xz} p + I_z r & I_{yz} r + I_{xy} p - I_y q \\ I_{yz} q + I_{xz} p - I_z r & 0 & -I_{xz} r - I_{xy} q + I_x p \\ -I_{yz} r - I_{xy} p + I_y q & I_{xz} r + I_{xy} q - I_x p & 0 \end{bmatrix}$$

Secara umum gerak *pitch* dan *heave* diabaikan ( $w = q = 0$ ) dalam praktik masalah gerak kontrol, sehingga dihasilkan model dalam empat derajat kebebasan (4 DOF) yang dituliskan oleh Perez pada 2005 dalam bukunya “*Ship Motion Control*” sebagaimana Persamaan (2.8).

$$\begin{aligned} m[\dot{u} - vr - x_G r^2 - y_G \dot{r} + z_G pr] &= X, \\ m[\dot{v} + ur - y_G (r^2 + p^2) - z_G \dot{p} + x_G \dot{r}] &= Y, \\ I_x \dot{p} - \dot{r} I_{xz} + r^2 I_{yz} + pr I_{xy} + m[y_G vp - z_G (\dot{v} + ur)] &= K, \\ I_z \dot{r} - rp I_{yz} - p^2 I_{xy} - \dot{p} I_{zx} + m[x_G (\dot{v} + ur) - y_G (\dot{u} - vr)] &= N. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Bentuk dari Persamaan (2.8) dapat disederhanakan dengan menentukan sistem koordinat origin *Rigid-body* dengan kriteria pemilihan origin O yang menyebabkan  $I_0$  adalah diagonal. Bentuk dari persamaan *rigid-body* dari gerakan kapal dengan  $I_0 = \text{diag} \{I_x, I_y, I_z\}$  diekspresikan dalam Persamaan (2.9).

$$\begin{aligned} m[\dot{u} - vr + wq - x_G (q^2 + r^2) - y_G (pq - \dot{r}) + z_G (pr + \dot{q})] &= X, \\ m[\dot{v} - wp + ur - y_G (r^2 + p^2) + z_G (qr - \dot{p}) + x_G (qp + \dot{r})] &= Y, \\ m[\dot{w} - uq + vp - z_G (p^2 + q^2) + x_G (rp - \dot{q}) + y_G (rq + \dot{p})] &= Z, \\ I_x \dot{p} + (I_z - I_y) qr + m[y_G (\dot{w} - uq + vp) - z_G (\dot{v} - wp + ur)] &= K, \\ I_y \dot{q} + (I_x - I_z) rp + m[z_G (\dot{u} - vr + wq) - x_G (\dot{w} - uq + vp)] &= M, \end{aligned} \quad (2.9)$$

$$I_z \dot{r} + (I_y - I_x) pq + m[x_G(\dot{v} - wp + ur) - y_G(\dot{u} - vr + wq)] = N,$$

www.itk.ac.id

serta dari Persamaan (4.8) dengan  $I_0 = \text{diag} \{I_x, I_y, I_z\}$  diperoleh

$$\begin{aligned} m[\dot{u} - y_G \dot{r} - vr - x_G r^2 + z_G pr] &= X, \\ m[\dot{v} - z_G \dot{p} + x_G \dot{r} + ur - y_G(r^2 + p^2)] &= Y, \\ I_x \dot{p} + m[y_G vp - z_G ur] &= K, \\ I_z \dot{r} + mx_G \dot{v} - my_G \dot{u} + m[x_G ur + y_G vr] &= N. \end{aligned}$$

Model didesain berdasarkan persamaan strategi kontrol, maka dituliskan:

$$\begin{aligned} (m - Y_{\dot{v}})\dot{v} - (mz_G + Y_{\dot{p}})\dot{p} + (mx_G - Y_{\dot{r}})\dot{r} &= Y_{hyd} - mur + Y_{\delta}, \\ -(mz_G + K_{\dot{v}})\dot{v} + (I_x - K_{\dot{p}})\dot{p} - K_{\dot{r}}\dot{p} &= K_{hyd} + mz_G ur + Y_{\delta}, \\ (mx_G - N_{\dot{v}})\dot{v} - N_{\dot{p}}\dot{p} + (I_x - N_{\dot{r}})\dot{r} &= N_{hyd} - mx_G ur + Y_{\delta}. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Sudut kemudi kapal ( $\delta$ ) dikendalikan agar sudut haluan kapal ( $\psi$ ) sesuai dengan yang diharapkan, maka diperlukan model kinematika berdasarkan yang didefinisikan pada Persamaan (2.11).

$$\begin{aligned} \dot{\phi} &= p, \\ \dot{\psi} &= r \cos \phi. \end{aligned} \quad (2.11)$$

$\dot{\psi}$  dan  $\dot{\phi}$  secara berturut-turut adalah laju perubahan sudut *yaw* dan laju perubahan sudut *roll*, serta  $p$  adalah kecepatan *roll* dan  $r$  adalah kecepatan *yaw* (Jannaty, 2020).

Model matematika kapal 3 DOF dituliskan oleh Purnawan pada 2018 yang merujuk dari Yoon (2007) dan Perez (2005). Persamaan model tiga derajat kebebasan yang dipertimbangkan yaitu *sway*, *yaw*, dan *roll* dengan sistem tanpa gangguan, dengan gaya eksternal hanya dipengaruhi oleh *rudder*, serta kecepatan *surge* konstan.

$$\begin{aligned} (m - Y_{\dot{v}})\dot{v} - (mz_G + Y_{\dot{p}})\dot{p} + (mx_G - Y_{\dot{r}})\dot{r} &= -mUr + Y_{hyd} + Y_{\delta_r} \delta_r, \\ -(mz_G + K_{\dot{v}})\dot{v} + (I_x - K_{\dot{p}})\dot{p} &= mz_G Ur + K_{hyd} + K_{\delta_r} \delta_r, \\ (mz_G - N_{\dot{v}})\dot{v} + (I_x - N_{\dot{r}})\dot{r} &= -mx_G Ur + N_{hyd} + N_{\delta_r} \delta_r, \\ \dot{\phi} &= p, \end{aligned}$$

www.itk.ac.id

$$\psi = r \cos \phi.$$

www.itk.ac.id

Massa dinotasikan dengan  $m$ , sementara  $I_x, I_z$ , dan  $(x_G, z_G)$  masing-masing merupakan momen massa inersia  $x$  dan  $z$  serta koordinat dari pusat gravitasi kapal,  $Y_v, Y_p$ , dan  $Y_r$  merupakan tambahan massa,  $K_v, K_p, N_v$ , dan  $N_r$  merupakan tambahan momen massa dari inersia pada gerak kapal, serta  $v, p$ , dan  $r$  merupakan variabel gerak. Sementara  $Y_{hyd}, K_{hyd}$ , dan  $N_{hyd}$  merupakan gaya dan momen *sway*, *roll* dan *yaw* dari komponen-komponen hidrodinamika, serta  $Y_{\delta_r}, K_{\delta_r}$ , dan  $N_{\delta_r}$  merupakan momen dan gaya eksternal dari *rudder*.

Komponen gaya dan momen hidrodinamika diberikan sebagai berikut (Perez, 2005)

$$\begin{aligned} Y_{hyd} &= Y_{|u|v}|u|v + Y_{ur}ur + Y_{v|v}|v|v + Y_{v|r}|v|r + Y_{r|v}|r|v + \\ &Y_{\phi|uv}|\phi|uv + Y_{\phi|ur}|\phi|ur + Y_{\phi uu}\phi u^2, \\ K_{hyd} &= K_{|u|v}|u|v + K_{ur}ur + K_{v|v}|v|v + K_{v|r}|v|r + K_{r|v}|r|v + \\ &K_{\phi|uv}|\phi|uv + K_{\phi|ur}|\phi|ur + K_{\phi uu}\phi u^2 + K_{|u|p}|u|p + \\ &K_{p|p}|p|p + K_p p + K_{\phi\phi}\phi^3 - \rho g \nabla GZ(\phi), \\ N_{hyd} &= N_{|u|v}|u|v + N_{|u|r}|u|r + N_{r|r}|r|r + N_{r|v}|r|v \\ &+ N_{\phi|uv}|\phi|uv + N_{\phi|ur}|\phi|ur + N_p p + N_{|p|p}|p|p \\ &+ N_{\phi u|u}|\phi u|u|. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Nilai  $K_{\delta_r} = -l_{\delta z} Y_{\delta_r}$  dan  $N_{\delta_r} = -l_{\delta x} Y_{\delta_r}$ . Selanjutnya untuk nilai gaya *rudder*  $Y_{\delta_r}$  dihitung dengan (Blanke & Christensen, 1993):

$$Y_{\delta_r} = \frac{1}{4\delta_{stall}} \pi C_L A_R U^2.$$

Pergerakan kapal dikontrol sehingga kapal dapat mencapai sudut haluan yang diinginkan, maka diperlukan variabel *input* sudut *rudder*. *Rudder* mempunyai kemampuan dalam menjaga arah sesuai dengan perintah dari sinyal kendali (Fossen, 1994). Fungsi dari sinyal kendali haluan kapal adalah:

$$\psi \rightarrow \psi_d.$$

www.itk.ac.id

Sudut haluan kapal yang sesungguhnya dinotasikan dengan  $\psi$ , sedangkan  $\psi_d$  merupakan sudut haluan kapal yang diinginkan dengan  $\dot{\psi} = r$ , di mana  $r$  merupakan kecepatan sudut hadap kapal (Fossen, 1994).

### 2.3 Metode Runge Kutta

Suatu sistem dinamik secara matematis dapat dituliskan sebagai himpunan persamaan differensial biasa. Metode yang dapat digunakan untuk menyelesaikan persamaan differensial salah satunya adalah metode Runge Kutta. Peran dari Runge Kutta yaitu menemukan turunan yang lebih tinggi dengan mengevaluasi fungsi  $(x, u)$  pada titik terpilih dalam setiap selang langkah serta digunakan untuk memperkirakan solusi dari masalah nilai awal.

Secara numerik, permasalahan persamaan diferensial dengan masalah nilai awal

$$\dot{x} = f(x, u), a \leq u \leq b, x(a) = \alpha.$$

dapat di atasi dengan mendefinisikan

$$w_{i+1} = w_i + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

di mana:

$$w_0 = \alpha,$$

$$k_1 = hf(w_i, u),$$

$$k_2 = hf\left(w_i + \frac{k_1}{2}, u\right),$$

$$k_3 = hf\left(w_i + \frac{k_2}{2}, u\right),$$

$$k_4 = hf(w_i + k_3, u).$$

Selanjutnya, solusi pendekatan dari masalah nilai awal yaitu:

$$\dot{x} = f(x, u), a \leq u \leq b, x(a) = \alpha,$$

Jarak pada interval  $[a, b]$  dinyatakan dengan  $(N + 1)$ . Input yang diberikan berupa titik akhir  $(a, b)$ , nilai integer  $(N)$  dan nilai awal  $(a)$  dengan output berupa nilai pendekatan  $w$  ke  $x$  dengan  $(N + 1)$  nilai dari  $u$  (Burden & Faires, 2011).

## 2.4 Nonlinear Model Predictive Control (NMPC)

*Nonlinear Model Predictive Control* (NMPC) merupakan pengembangan dari metode *Model Predictive Control* (MPC). MPC merupakan strategi mendesain suatu metode kendali untuk mendapatkan sinyal kendali yang optimal dengan cara meminimumkan suatu fungsi objektif (Camacho & Bordons, 2004).

Prediksi output pada MPC menggunakan konsep *prediction horizon*. Hal ini yang membedakan MPC dengan desain prediksi yang lainnya. *Prediction horizon* dalam MPC digunakan sebagai alat untuk mendapatkan prediksi nilai pengendali pada saat ini  $t_n$  sampai saat prediksi horizon  $t_n + N$  sehingga dapat menghasilkan nilai yang semakin baik sesuai dengan target keluaran referensi yang telah ditetapkan (Jannaty, 2020).

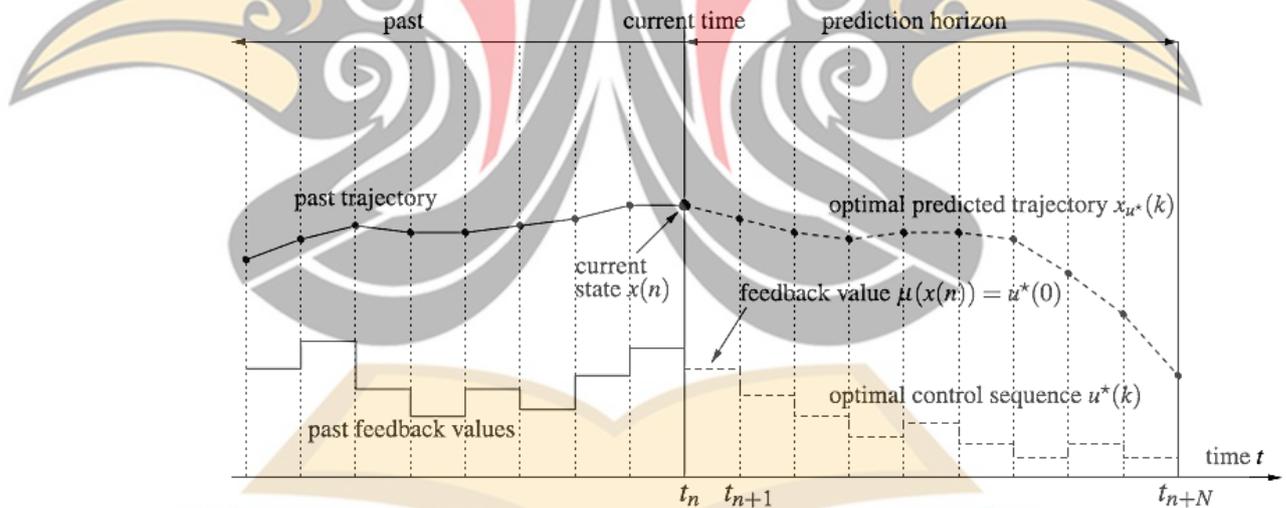
Formulasi MPC mengintegrasikan kontrol optimal, multivariabel, dan penggunaan referensi di masa mendatang. MPC juga dapat menangani kendala dan proses nonlinear yang sering ditemukan di industri. Namun proses nonlinear membuat kontrol MPC memerlukan perhitungan yang kompleks dan waktu yang lebih banyak (Merabet, 2012). Model linear seringkali tidak memadai untuk menjelaskan dinamika sistem sehingga diperlukan model yang nonlinear. Model sistem yang nonlinear memerlukan suatu kendali yang dapat mengendalikan sistem nonlinear serta mampu menhandel keberadaan kendala yang kompleks (Findeisen & Allgower, 2002).

Model kapal dengan sistem nonlinear dapat diterapkan pada sistem optimasi kendali tanpa melakukan linearisasi model terlebih dahulu dengan menggunakan *Nonlinear Model Predictive Control* (NMPC) yang merupakan pengembangan dari MPC (Merabet, 2012). NMPC adalah sebuah metode optimisasi untuk kontrol umpan balik sistem nonlinear (Grüne & Pannek, 2011). NMPC melibatkan solusi berulang dari masalah kontrol yang optimal pada setiap pengambilan sampel secara cepat (Johansen, 2012). Pada kasus kendali haluan

kapal, solusi berulang yang dimaksud adalah ketika pengambilan sampel  $u$  dari optimasi yang selanjutnya digunakan untuk memprediksi keadaan ke depan di mana proses tersebut berulang hingga dicapai nilai keadaan yang diinginkan pada iterasi tertentu. Berikut dijelaskan mengenai skema dan formulasi dari NMPC.

### 2.2.1 Skema NMPC

Peran NMPC yaitu menentukan *input* kontrol  $u(n)$  sedemikian sehingga  $x(n)$  mengikuti referensi yang diberikan  $x^{ref}(n)$  dengan sebaik-baiknya. Diberikan proses terkontrol dengan keadaan  $x(n)$  yang diukur saat waktu diskrit  $t_n, n = 0, 1, 2, \dots$ . Kemudian dapat dipilih *input* kontrol  $u(n)$  tiap waktu yang mempengaruhi perilaku keadaan sistem di masa mendatang. Diberikan  $u(n)$  dalam bentuk umpan balik  $u(n) = \mu(x(n))$  dengan nilai umpan balik yang diinginkan  $\mu(x(n))$  diperoleh dengan  $\mu(x(n)) := u^*(0)$ , sebagaimana proses pada Gambar 2.3.

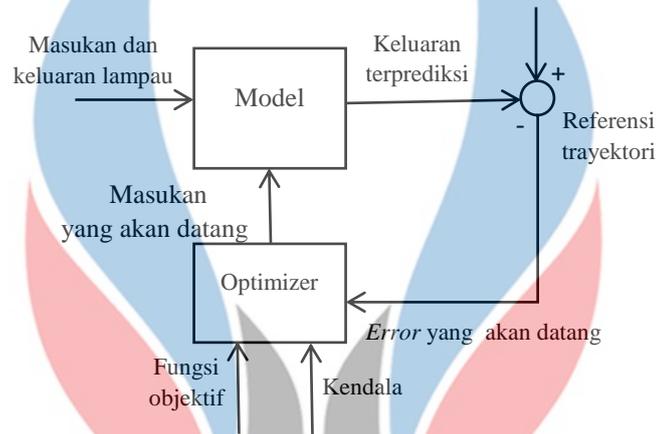


Gambar 2.4 Ilustrasi NMPC saat waktu  $t_n$  (Grüne & Pannek, 2011)

Pada waktu  $t_{n+1}, t_{n+2}, \dots$  proses diulangi dengan perhitungan baru  $x(n+1), x(n+2), \dots$  untuk mendapatkan nilai umpan balik  $\mu(x(n+1)), \mu(x(n+2)), \dots$ . Nilai umpan balik  $\mu$  didapatkan dengan optimasi secara berulang pada prediksi yang dilakukan. Kemudian dilakukan proses iterasi sehingga diperoleh prediksi keadaan dari kontrol optimal  $x_{u^*}(k), k = 0, \dots, N$

yang menampilkan prediksi dalam interval waktu diskrit  $t_n, \dots, t_{n+N}$  pada saat  $t_n$ , dalam interval  $t_{n+1}, \dots, t_{n+N+1}$  pada saat  $t_{n+1}$ , dalam interval  $t_{n+2}, \dots, t_{n+N+2}$  pada saat  $t_{n+2}$ , dan seterusnya (Grüne & Pannek, 2011).

Struktur dari *loop* kontrol NMPC secara umum sama seperti struktur MPC yang dapat dilihat dalam Gambar 2.5.



Gambar 2.5 Struktur dasar NMPC

Kinerja skema standar NMPC secara singkat adalah sebagai berikut (Camacho & Bordons, 2004):

1. Data masukan dan keluaran sebelumnya masuk melalui *port* masukan MPC dengan kondisi sistem telah memiliki model dari plant.
2. Melakukan estimasi dari masukan dan keluaran berdasarkan model plant yang telah didefinisikan sebelumnya, kemudian dari estimasi menghasilkan kesalahan / *error*.
3. Data *error* masuk ke dalam blok *optimizer* yang berfungsi untuk meminimumkan fungsi tujuan dengan rentang kendala yang diberikan.
4. Blok *optimizer* menghasilkan masukan yang akan datang yang dikembalikan bersama-sama dengan data masukan dan keluaran lampau untuk diestimasi kembali.
5. Kembali ke 1.

## 2.2.2 Formulasi Matematika

Konsep dari *Model Predictive Control* baik untuk sistem yang linear maupun nonlinear bertujuan untuk menerapkan model pada proses yang tepat

sehingga dapat memprediksi dan mengoptimasi keadaan sistem waktu yang akan datang. Tujuan ini juga berlaku pada pengembangannya, yaitu *Nonlinear Model Predictive Control*. Formulasi NMPC dituliskan berdasarkan Gambar 2.3 dari penelitian Grüne & Pannek pada tahun 2011. Model yang digunakan sistem nonlinear untuk waktu diskrit dituliskan dalam Persamaan (2.13).

$$x(n+1) = f(x(n), u(n)) \quad (2.13)$$

dengan  $f: X \times U \rightarrow X$  adalah fungsi yang diketahui serta menempatkan keadaan  $x$  dan nilai kendali  $u$  dengan fungsi  $x(n+1)$  saat waktu berikutnya. Proses dimulai dari keadaan saat ini  $x(n)$  dengan barisan kontrol  $\{u(0), \dots, u(N-1)\}$  dengan panjang horizon  $N$ . Persamaan (2.13) digunakan untuk membangun prediksi trayektori yang didefinisikan dengan:

$$x_u(0) = x(n), \quad x_u(k+1) = f(x_u(k), u(k)), \quad k = 0, \dots, N-1. \quad (2.14)$$

Digunakan cara tersebut sehingga didapatkan  $x_u(n)$  yaitu prediksi yang diperoleh dari  $u$  untuk keadaan sistem  $x(n+1)$  saat waktu  $t_{n+1}$  pada masa mendatang. Selanjutnya didapatkan prediksi sistem dalam interval diskrit  $t_n, \dots, t_{n+N}$  bergantung pada barisan kontrol yang dipilih  $\{u(0), \dots, u(N-1)\}$ .

Kontrol optimal digunakan untuk menentukan  $\{u(0), \dots, u(N-1)\}$  dengan prediksi  $x_u$  sedekat mungkin ke referensi  $x_*$ . Jarak antara  $x_u(k)$  dan  $x_*$  untuk  $k = 0, \dots, N-1$  dihitung dengan fungsi  $\ell(x_u(k), u(k))$ . Persamaan yang umum untuk tujuan ini adalah fungsi kuadrat yang dinyatakan oleh Persamaan (2.15).

$$\ell(x_u(k), u(k)) = \|x_u(k)\|^2 + \lambda \|u(k)\|^2, \quad (2.15)$$

norm *euclidean* dinotasikan sebagai  $\|\cdot\|$  dan  $\lambda \geq 0$  adalah parameter pembobot untuk kontrol. Masalah kontrol optimal masa sekarang, yaitu meminimalkan

$$J(x(n), u(\cdot)) := \sum_{k=0}^{N-1} \ell(x_u(k), u(k)).$$

Barisan kontrol memenuhi  $\{u(0), \dots, u(N-1)\}$  dengan prediksi yang dibangun dari Persamaan (2.14). Diasumsikan bahwa masalah kontrol optimal memiliki

solusi yang diberikan dengan meminimalkan barisan kontrol  $\{u^*(0), \dots, u^*(N-1)\}$  adalah sebagai berikut,

$$\min_{u(0), \dots, u(N-1)} J(x(n), u(\cdot)) = \sum_{k=0}^{N-1} \ell(x_{u^*}(k), u^*(k)),$$

dengan kendala keadaan dan kontrol  $\mathbb{X} \subseteq X$  dan  $\mathbb{U}(x) \subseteq U$  didefinisikan dengan  $x \in \mathbb{X}$  adalah keadaan yang mungkin, sementara nilai kontrol  $u \in \mathbb{U}(x)$  adalah nilai kontrol untuk  $x$  yang mungkin.

Algoritma dasar NMPC untuk referensi konstan  $x^{ref} \equiv x_*$  pada setiap sampel waktu  $t_n$ ,  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$  adalah sebagai berikut.

1. Hitung keadaan  $x(n) \in X$  dari sistem
2. Atur  $x_0 := x(n)$ , selanjutnya menyelesaikan masalah kontrol optimal dengan meminimumkan  $J_N(x_0, u(\cdot)) := \sum_{k=0}^{N-1} \ell(x_u(k, x_0), u(k))$  dengan  $u(\cdot) \in \mathbb{U}^N(x_0)$ , dengan

$$x_u(0, x_0) = x_0,$$

$$x_u(k+1, x_0) = f(x_u(k, x_0), u(k)).$$

Persamaan optimal kontrol dinotasikan  $u^*(\cdot) \in \mathbb{U}^N(x_0)$ .

3. Mendefinisikan *NMPC-feedback value*  $\mu_N(x(n)) := u^*(0) \in U$ . Nilai kontrol ini digunakan sebagai sampel periode selanjutnya.

## 2.5 Penelitian-Penelitian Terkait

Penelitian-penelitian terkait topik Tugas Akhir yang pernah dilakukan sebelumnya dituliskan pada Tabel 2.2 berikut.

Tabel 2.2 Penelitian-penelitian terkait kendali haluan kapal

No	Nama dan Tahun Publikasi	Judul	Hasil
1	(Purnawan dkk., 2018)	<i>Disturbance Compensating Model Predictive Control</i>	Metode kendali DC-MPC diterapkan pada model matematika kapal dengan hasil simulasi menunjukkan bahwa gangguan dari penembakan misil

No	Nama dan Tahun Publikasi	Judul	Hasil
		<i>for Warship Heading Control in Missile Ring Mission</i>	sangat kecil pengaruhnya pada perubahan sudut hadap kapal. Implementasi dari skema DC-MPC menghasilkan sudut hadap kapal tetap dapat mengikuti referensi sudut hadap yang diinginkan baik pada sistem linier maupun nonlinier. Skema DC-MPC yang diusulkan lebih robust dalam mengatasi gangguan impact dari penembakan misil dibandingkan dengan skema standar MPC baik untuk sistem linier maupun nonlinier.
2	(Jannaty, 2020)	Desain kendali haluan kapal dengan <i>Unscented Model Predictive Control</i> (UMPC)	Membahas kendali haluan kapal dengan metode <i>Unscented Model Predictive Control</i> (UMPC). Sudut kemudi dari kapal dikendalikan agar sudut haluan kapal sesuai dengan yang diharapkan. Model yang digunakan mempertimbangkan tiga derajat kebebasan, yaitu <i>sway</i> , <i>yaw</i> , dan <i>roll</i> . Sistem yang dibahas berbentuk dinamik stokastik dengan kendala probabilistik.
3	(Winggari, 2018)	Kendali Sudut Haluan Kapal untuk Pelacakan Lintasan Dubins dengan Halangan Statis	Penelitian ini menggunakan metode MPC untuk melakukan kendali haluan kapal dengan hasil simulasi yang diperoleh menunjukkan bahwa pengendali MPC dapat memandu <i>error</i> sudut hadap kapal dan posisi kapal mendekati nilai

No	Nama dan Tahun Publikasi	Judul	Hasil
		Menggunakan Metode Model Predictive Control	acuan .
4.	(Putri dkk., 2018)	<i>Steering Angle Control of Car for Dubins Pathtracking Using Model Predictive Control</i>	Penelitian ini mengenai pemberian kontrol dalam menjaga pergerakan mobil dengan model gerak lateral dinamik sehingga mobil dapat bergerak sesuai jalur dengan tepat. kontrol simulasi pada empat jenis lintasan menghasilkan nilai untuk sudut kemudi dan perubahan sudut kemudi berada pada interval yang ditentukan.
5	(Wardhani dkk., 2018)	Kendali Kestabilan Kapal Korvet Kelas Sigma dalam Misi Penembakan Menggunakan Model Predictive Control (MPC)	Menerapkan sistem kendali Model Predictive Control (MPC) untuk mengendalikan sudut yaw kapal saat menembak. Hasil simulasi menunjukkan bahwa pengendali MPC dapat membuat sudut haluan kapal mendekati sudut referensi.