BAB II
TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini diuraikan tinjauan pustaka yang digunakan dalam penelitian ini. Pertama, diuraikan mengenai *cashless payment* dan macam macam bentuknya, dijabarkan secara rinci tentang *e-wallet* yang dikembangkan di Indonesia. Selain itu, dijabarkan mengenai model matematika yang dibentuk dari model SEI. Kemudian dijelaskan mengenai titik kesetimbangan, analisis kestabilan dengan kriteria routh hurwitz, dan runge kutta orde empat. Adapun penjabaran mengenai penelitian terdahulu yang disajikan pada subbab terakhir dari bab ini.

2.1 *Cashless Payment*

Implementasi *Cashless Society* telah dinaungi oleh Asosiasi Sistem Pembayaran Indonesia (ASPI) yang berdiri pada tahun 2010, asosiasi ini didirikan sebagai salah satu upaya memperkuat industri sistem pembayaran Indonesia agar dapat bersinergi dengan Bank Indonesia dalam pengembangan sistem pembayaran Indonesia. Hasil sinergi Bank Indonesia bersama ASPI diharapkan mampu mendorong peningkatan dan perluasan penggunaan non tunai. Penggunaan transaksi pembayaran elektronik di Indonesia terus ditingkatkan, Bank Indonesia sebagai otoritas sistem pembayaran terus bersinergi dan meminta komitmen berbagai pihak baik pemerintah pusat, pemerintah daerah, industri sistem pembayaran, maupun pihak lain melalui suatu kegiatan yang bersifat *massive* untuk mendorong masyarakat menggunakan sistem pembayaran dan instrumen non tunai dalam melakukan transaksi pembayaran dengan mengenalkan Gerakan Nasional Non Tunai (GNNT). Program GNNT direncanakan sebagai gerakan bersama seluruh otoritas, industri, dan lapisan masyarakat secara nasional untuk mewujudkan *Cashless Society* melalui penggunaan instrumen non tunai. Penggunaan *Cashless Society* akan memiliki banyak manfaat untuk efisiensi ekonomi nasional, *good governance*, transparansi pengelolaan keuangan pemerintah, layanan publik yang berkualitas dan lingkungan usaha yang konduktiv bisa bersaing dipasar global dan mampu bersaing dalam menghadapi Masyarakat Ekonomi ASEAN (MEA) (Marlinah, 2016).

Pembayaran Transaksi menuju *Cashless Society* (masyarakat tanpa uang tunai) merupakan tren yang tidak dapat dihindari, hal ini dapat terjadi disebabkan oleh revolusi dan evolusi yang selalu terjadi, termasuk juga pada sistem pembayaran, yang awal mulanya adalah barter kemudian bergeser ke logam mulia dan bergeser ke uang kertas (Xena and Rahadi, 2019). Penerimaan pada masyarakat tanpa uang tunai tergantung pada logam yang berharga secara intrinsik. Semua ini dapat terjadi karena kerjasama, kepercayaan, dan keinginan manusia untuk menjadi lebih praktis dari komunitas (Jakobsson and Yung, 1996). Untuk saat ini, banyak transaksi keuangan menggunakan uang elektronik untuk kehidupan sehari-hari. Itu bisa difungsikan untuk menggunakan akses jalan tol, sistem transportasi, akses parkir, pembelian makanan cepat saji, transaksi *online*, dan pembayaran lainnya di pedagang yang memiliki kemitraan dengan uang elektronik perusahaan (Xena and Rahadi, 2019). Ada 4 uang elektronik yang sebagian besar digunakan oleh masyarakat, antara lain Go-pay (50%), *E-Money* Bank Mandiri (46%), *T-cash* Telkomsel (40%) dan *Flazz* Bank BCA (25%) (JakPat, 2017) .

Pola transaksi yang bergeser dari *offline* menjadi transaksi berbasis *online* melahirkan berbagai jenis inovasi, yang berdampak pada meningkatnya variasi model pembayaran seperti halnya *e-wallet* atau *e-money*, juga meningkatnya variasi interaksi pembayaran seperti *barcode* hingga *QR code*. BI mencatat ada 20 penerbit *e-money,* yaitu 9 bank dan 11 lembaga selain bank. Manfaat penggunaan *e-money* sangat banyak. Selain mempermudah, mempercepat dan mengutamakan kepraktisan, *e-money* juga tergolong sangat praktis dan fleksibel karena mudah dibawa kemana saja. Berdasarkan fisik *e-money* terdapat 2 jenis, yaitu Kartu Pra Bayar untuk *e-money* berbentuk kartu dan juga *e-wallet* dalam bentuk aplikasi digital yang tersedia sebagai berikut,

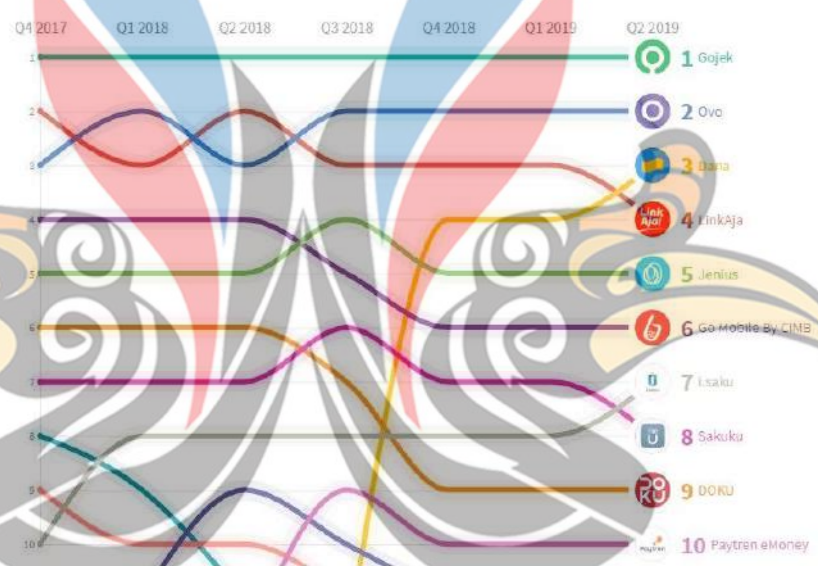
a. *E-money* atau kartu pra bayar

dapat dibeli dengan mudah di bank atau lembaga penerbit tanpa syarat. Untuk jenis kartu tidak terdaftar, atau hanya kartu pra bayar saja, jumlah uang yang boleh disimpan adalah Rp 1 juta, sedangkan untuk kartu yang terdaftar, misalnya saat ini ada kartu pra bayar yang digabungkan dengan kartu ATM, jumlah uang yang disimpan dapat mencapai Rp 5 Juta. Semua uang yang disimpan didalam *e-money* tidak berbunga dan tidak dijamin oleh Lembaga Penjamin Simpanan (LPS) sehingga kartu ini dapat dipindahtangankan dan isi ulang (*top up*) secara tunai di beberapa tempat seperti di bank, ATM bersama, mesin EDC ataupun di minimarket-minimarket dan seluruh *merchant* yang menerima transaksi *e-money*.

b. *E-Wallet*

Dompet elektronik berfungsi hampir sama dengan dompet saku. Dompet elektronik pertama kalinya diakui sebagai sebuah metode untuk menyimpan uang dalam bentuk elektronik, namun kemudian menjadi populer karena cocok untuk menyediakan cara yang nyaman bagi pengguna Internet untuk menyimpan dan menggunakan informasi berbelanja secara daring (*online*). Adanya perkembangan dunia internet yang semakin maju mendorong penggunaan dompet elektronik sebagai alat transaksi yang lebih efisien ketimbang menggunakan bank. Hal ini terbukti dengan banyaknya *website-webisite e-commerce* yang menggunakan dompet elektronik sebagai alat transaksinya (Fandiyanto, 2019). Dompet elektronik (*e-wallet*) menyediakan semua fungsi dompet saat ini yang praktis dan menghilangkan kebutuhan akan beberapa kartu. *E-Wallet* juga menyediakan banyak fitur keamanan yang tidak tersedia untuk operator dompet biasa. Identifikasi diperlukan untuk setiap transaksi kartu kredit dan kartu dilengkapi dengan perangkat penonaktifan jika kartu tersebut dirusak. *Electronic-Wallet* adalah dompet digital yang memungkinkan pengguna untuk melakukan transaksi perdagangan elektronik dengan cepat dan aman (Upadhayaya, 2012). Dompet Digital mampu menyimpan jumlah uang yang tidak dapat dikalahkan (sangat besar), dan memungkinkan transaksi yang tidak dapat diterima dengan dompet lain. Ini lebih aman daripada uang tunai karena hanya pemilik sah yang tahu kata sandi yang dapat mengoperasikannya (Even, Goldreich and Yacobi, 1984). Dompet elektronik mulai digunakan karena merupakan pilihan pembayaran yang menarik bagi konsumen. 'Ketuk dan bayar' adalah cara yang jauh lebih mudah untuk melakukan pembelian daripada memasukkan kartu ke tempat penjualan, memasukkan PIN dan menunggu transaksi diotorisasi (Caldwell, 2012).

Berdasarkan data Bank Indonesia (BI), terdapat 38 dompet digital (*e-wallet*) dengan lisensi resmi. Riset *iPrice* dan App Annie menyebutkan *Gopay* sebagai dompet digital dengan pengguna aktif bulanan terbesar di Indonesia sejak kuartal IV 2017. Sebagai informasi, data pengguna dompet digital Gojek merupakan jumlah pengguna aktif bulanan Go-Pay dan layanan lainnya dari aplikasi Gojek (Jayani, 2019). Berikut diurutkan 10 dompet digital dengan pengguna terbanyak dari tahun 2018 hingga 2019 ditampilkan dalam grafik berikut.



Gambar 2. 1 Daftar *e-wallet* terbesar di Indonesia kuartal IV 2017- kuartal II 2019

(Sumber : Iprice, 12 Agustus 2019)

Berikut macam-macam *e-wallet* yang paling banyak digunakan di Indonesia, (Iprice, 2019)

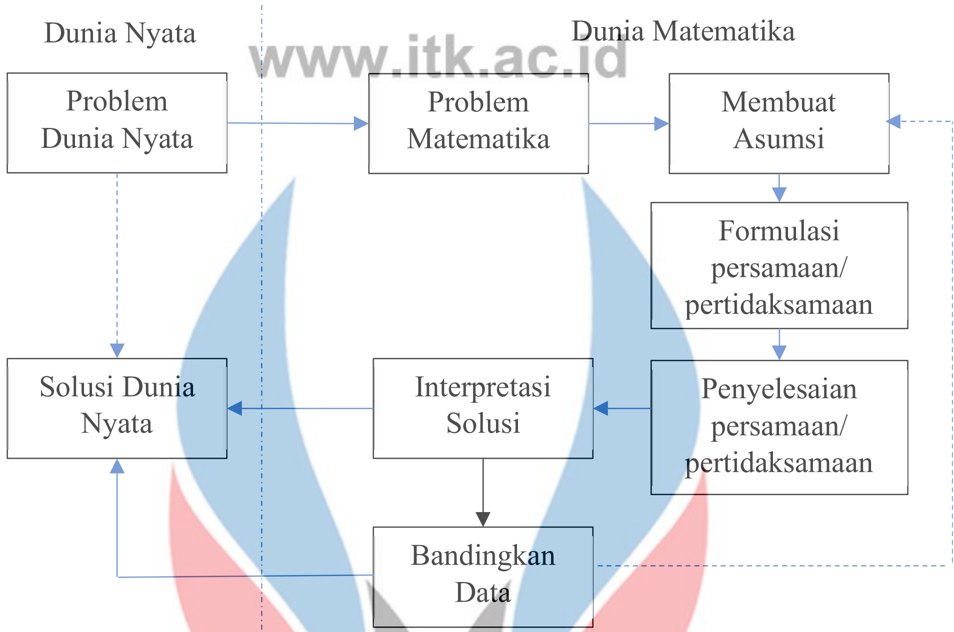
1. *Go-Pay* (Gojek)
2. Ovo
3. Dana
4. LinkAja
5. Jenius
6. *Go Mobile by* CMIB
7. I.Saku

8. Sakuku
9. Doku
10. *Paytern E-Money*

2.2 Pemodelan Matematika

Menurut Gould dkk, yang disebut dengan pemodelan matematika merupakan sebuah proses ketika terdapat situasi dimana tidak dapat diperhitungkan semuanya, sehingga diputuskan aspek mana yang paling penting yang kemudian diterjemahkan ke dalam istilah matematika. Kemudian diterapkan insting dan pengetahuan matematika dengan menerjemahkan wawasan, contoh, perkiraan, teorema, dan algoritma yang menarik. Semua ini kembali ke situasi pada dunia nyata dan harus diperiksa kembali, hasilnya praktis atau tidak, jawabannya masuk akal atau tidak, dan konsekuensinya dapat diterima atau tidak. Jika hasilnya praktis, jawabannya masuk akal, dan konsekuensinya dapat diterima maka bagus, dan jika tidak, maka harus diperhatikan kembali pilihan yang dibuat diawal dan coba lagi (Gould, 2011).

Pemodelan matematika merupakan sebuah proses membangun suatu model untuk menggambarkan dinamika suatu sistem. Oleh karena itu, pemodelan matematika selalu terkait dengan bidang-bidang ilmu lain. Model-model matematika tidak hanya digunakan dalam ilmu-ilmu alam atau teknik rekayasa (seperti fisika, biologi, meteorologi, dan ilmu-ilmu teknik rekayasa), melainkan juga dalam ilmu-ilmu sosial (seperti ekonomi, psikologi, sosiologi, ilmu politik, dan sejarah). Pada esensinya proses pemodelan matematika umumnya sama. Proses pemodelan dapat dinyatakan dalam alur diagram berikut ini:



Gambar 2. 2 Proses pemodelan (Widowati and Sutimin, 2007)

2.3 Persamaan Diferensial

Dibandingkan dengan pemodelan matematika, pengertian persamaan diferensial sudah lebih pasti. Persamaan diferensial adalah persamaan matematika untuk suatu fungsi tak diketahui dari satu atau beberapa peubah yang menghubungkan nilai dari fungsi tersebut dengan turunannya sendiri pada berbagai derajat turunan. Persamaan diferensial muncul dalam berbagai bidang sains dan teknologi, apabila suatu relasi deterministik melibatkan beberapa besaran yang berubah secara kontinu (dimodelkan dengan fungsi) dan laju perubahan besaran itu dalam ruang atau dalam waktu (dimodelkan dengan turunannya) diketahui atau diandaikan (Ledder, 2005).

Suatu persamaan diferensial disebut persamaan diferensial biasa, jika semua turunannya berkaitan dengan satu variabel bebas dan disebut persamaan diferensial parsial, jika turunannya berkaitan dengan dua atau lebih variabel bebas. Orde dari persamaan diferensial adalah derajat tertinggi dari turunan dalam persamaan yang bersangkutan. Himpunan dari n persamaan diferensial orde-satu dengan n menyatakan banyaknya persamaan yang tidak diketahui disebut sistem persamaan diferensial orde-satu, n adalah dimensi dari sistem yang bersangkutan. Satu pengertian lain yang perlu diketahui adalah persamaan diferensial otonom. Suatu persamaan diferensial biasa atau suatu sistem persamaan diferensial biasa disebut otonom jika peubah bebasnya tidak tampak secara eksplisit dalam persamaannya (Ledder, 2005).

Perhatikan hukum Newton $F = m.a$. Jika $y(t)$ menyatakan posisi partikel bermasa m pada waktu t dan dengan gaya F, maka didapatkan,

$$m \frac{d^2y}{dt^2} = F\left[t, y, \frac{dy}{dt}\right], \tag{2.1}$$

gaya F merupakan fungsi dari t, y, dan kecepatan dy/dt. Untuk menentukan gerakan sebuah partikel dengan diberikan gaya F yakni dengan mencari fungsi y yang memenuhi Persamaan (2.1) (Waluya, 2006).

2.4 Model SEI

Model SEI diterapkan untuk memodelkan penyebaran penyakit menular dalam suatu populasi. Populasi yang diteliti dalam model SEI dibagi menjadi tiga kelompok, yaitu kelompok *susceptible* (rentan), *exposed* (terpapar) dan *infected* (sakit). Masing-masing kelompok tersebut secara berurutan dinotasikan sebagai S, E, dan I. Penyebaran penyakit menular terjadi karena adanya interaksi antar kelompok. Interaksi tersebut menyebabkan model SEI yang dihasilkan berupa sistem persamaan diferensial nonlinier. Penelitian sebelumnya yang membahas tentang model SEI secara umum pertama kali diperkenalkan oleh Li dan Zhen (2005) (Jannah and Yuni, 2015).

Contoh model SEI yang terbentuk dari hasil modifikasi untuk permasalahan penyakit jantung koroner menurut Jannah dan Yuni (2015) adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= A - (\delta + \beta^*)S, \\ \frac{dE}{dt} &= \beta^* S - (\delta + \gamma)E + \theta I, \\ \frac{dI}{dt} &= \gamma E - (\delta + \alpha + \theta)I. \end{aligned} \tag{2.2}$$

2.5 Titik Kesetimbangan

Diberikan persamaan diferensial orde satu $x' = f(x)$, solusinya dengan kondisi awal $x(0) = x_0$, akan ditunjukkan dengan $x(t, x_0)$. Vektor $\bar{x}$ yang memenuhi $f(\bar{x}) = 0$ disebut sebagai titik kesetimbangan (Olsder, 2003). Misalkan diberikan suatu sistem persamaan,

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= f_1(x, y, z), \\ \frac{dy}{dt} &= f_2(x, y, z), \\ \frac{dz}{dt} &= f_3(x, y, z). \end{aligned} \tag{2.3}$$

Titik (x^*, y^*, z^*) dengan $f_1(x^*, y^*, z^*) = 0, f_2(x^*, y^*, z^*) = 0, f_3((x^*, y^*, z^*) = 0$ disebut titik kesetimbangan Persamaan (2.3). Titik kesetimbangan disebut juga titik kritis. Titik kritis $E = (x^*, y^*, z^*)$ ini merupakan solusi Persamaan (2.3) yang bernilai konstan sebab $\frac{dx}{dt} = 0$, $\frac{dy}{dt} = 0$, dan $\frac{dz}{dt} = 0$. Keadaan yang menyebabkan $\frac{dx}{dt} = 0$, $\frac{dy}{dt} = 0$, dan $\frac{dz}{dt} = 0$ disebut dengan keadaan setimbang dan titik yang memenuhi disebut titik kesetimbangan (Fithri, 2011).

2.6 Analisis Kestabilan

Ada beberapa konsep kestabilan untuk persamaan diferensial. Kestabilan ini dibedakan menurut kestabilan sistem autonomus (berkaitan dengan vektor keadaan) dan kestabilan yang dikaitkan dengan masukan dan keluaran sistem (kestabilan didefinisikan dari segi masukan dan keluaran). Analisis kestabilan sistem persamaan diferensial tak linear dilakukan melalui pelinearan. Untuk mencari hasil pelinearan dari sistem persamaan diferensial tak linear digunakan matriks jacobi. Diberikan fungsi $f = (f_1, \ldots, f_n)$ pada sistem $x' = f(x)$, $i = 1,2, \ldots, n$. Matriks,

$$Jf(\bar{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(\bar{x}) & \frac{\partial f_1}{\partial x_2}(\bar{x}) & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n}(\bar{x}) \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1}(\bar{x}) & \frac{\partial f_2}{\partial x_2}(\bar{x}) & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n}(\bar{x}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1}(\bar{x}) & \frac{\partial f_n}{\partial x_2}(\bar{x}) & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n}(\bar{x}) \end{bmatrix}, \tag{2.4}$$

Dinamakan matriks jacobian dari f di titik $\bar{x}$. Kemudian untuk mendapatkan persamaan karakteristik dari matriks digunakan rumus $|\lambda I - Jf(\bar{x})| = 0$ dan perhitungan menggunakan aturan kofaktor ekspansi baris pertama dengan rumus sebagai berikut, (Juliah, 2015)

$$J_{11}\begin{vmatrix} J_{22} & J_{23} \\ J_{32} & J_{33} \end{vmatrix} - J_{12}\begin{vmatrix} J_{21} & J_{23} \\ J_{31} & J_{33} \end{vmatrix} + J_{13}\begin{vmatrix} J_{21} & J_{22} \\ J_{31} & J_{32} \end{vmatrix} = 0. \qquad (2.5)$$

2.7 Kriteria Routh Hurwitz

Nilai-nilai karakteristik dari matriks A adalah akar-akar karakteristik dari polinomial,

$$p(\delta) = \det(\delta I - A) = a_n\delta^n + a_{n-1}\delta^{n-1} + \cdots + a_1\delta + a_0\,, \qquad (2.6)$$

dengan $a_n = 1$. Kriteria kestabilan Routh-Hurwitz dapat dipakai untuk mengecek langsung kestabilan melalui koefisien a_i tanpa menghitung akar-akar dari polinomial yang ada, yaitu dengan melakukan penabelan dan suatu aturan penghitungan dari koefisien a_i akan diketahui bahwa apakah polinomial yang diberikan oleh Persamaan (2.5) semua akar-akar bagian realnya adalah negatif. Berikut ini diberikan algoritma dengan beberapa kasus untuk mengetahui polinomial dalam Persamaan (2.5) dengan $a_n = 0$ apakah semua akar-akar bagian realnya negatif. Secara matematika kajian kriteria kestabilan Routh-Hurwitz tidaklah sederhana. Diberikan suatu polinomial

$$q(\delta) = a_0\delta^n + a_1\delta^{n-1} + \cdots + a_{n-1}\delta + a_n, a_n \neq 0\,, \qquad (2.7)$$

susun tabel sebagai berikut :

$$\begin{array}{c|cccc} \delta^n & a_0 & a_2 & a_4 & \cdots \\ \delta^{n-1} & a_1 & a_3 & a_5 & \cdots \\ \delta^{n-2} & b_1 & b_2 & b_3 & \\ \delta^{n-3} & c_1 & c_2 & c_3 & \\ \vdots & \vdots & & & \\ \delta^0 & q & & & \end{array} \qquad (2.8)$$

Dimana $b_1, b_2, \ldots, c_1, c_2, \ldots$ dan q secara rekursif didapat dari :

$$b_1 = \frac{a_1 a_2 - a_0 a_3}{a_1}, \quad b_2 = \frac{a_1 a_4 - a_0 a_5}{a_{n-1}}, \quad \ldots$$

$$c_1 = \frac{b_1 a_3 - b_2 a_1}{b_1}, \quad c_2 = \frac{b_1 a_5 - b_3 a_1}{b_1}, \quad \ldots \tag{2.9}$$

Kriteria Routh-Hurwitz menyimpulkan bahwa : banyaknya perubahan tanda dalam kolom pertama pada tabel *routh hurwitz* sama dengan banyaknya akar-akar polinomial $q(s)$ yang bagian realnya positif. Jadi bila pada kolom pertama dalam tabel tidak ada perubahan tanda (semuanya bertanda positif atau semuanya bertanda negatif), maka semua akar polinomial $q(s)$ bagian realnya adalah tak-positif, bila polinomial ini merupakan polinomial akar-akar karakteristik dari matriks A dan $\dot{x}(t) = Ax(t)$, maka sistem ini adalah stabil (Subiono, 2013).

2.8 Runge Kutta Orde 4

Untuk menyelesaikan suatu persamaan diferensial biasa berbentuk,

$$\frac{d^n y}{dt^n} = f\left(x, y, \frac{dy}{dx}, \frac{d^2 y}{dx^2}, \ldots, \frac{d^{n-1} y}{dx^{(n-1)}}\right), \tag{2.10}$$

diperlukan serangkaian syarat atau kondisi. Jika semua kondisi diberikan pada satu nilai x dan penyelesaiannya dicari berdasarkan nilai x yang diberikan itu, keadaan ini disebut dengan masalah nilai awal (*initial-value problem*). Jika kondisi-kondisinya diberikan pada beberapa nilai x yang berbeda, keadaannya disebut dengan masalah nilai batas (*boundary-value problem*) (Akai, 1994).

Metode penyelesaian persamaan diferensial secara numerik yang digunakan pada penelitian ini adalah metode Runge-Kutta. Istilah Metode Runge-Kutta sendiri sebenarnya mengacu pada salah satu dari sekelompok metode, tidak dipakai sebagai sebutan untuk satu metode tertentu saja (Akai, 1994). Beberapa anggota metode Runge-Kutta adalah metode Euler termodifikasi, metode titik tengah, dan metode Runge-Kutta orde 2, orde 3, sampai Runge-Kutta orde-n. Dipilih metode Runge-Kutta orde 4, karena orde yang lebih tinggi melibatkan penghitungan yang makin rumit dan tidak efisien (Akai, 1994).

$$w_0 = \alpha, \tag{2.11}$$

$$k_1 = hf\,(t_i, w_i), \tag{2.12}$$

$$k_2 = hf\left(t_i + \frac{h}{2}, w_i + \frac{1}{2}k_1\right), \tag{2.13}$$

$$k_3 = hf\left(t_i + \frac{h}{2}, w_i + \frac{1}{2}k_2\right), \tag{2.14}$$

$$k_4 = hf\ (t_i + 1, w_i + k_3), \tag{2.15}$$

$$w_i + 1 = w_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4), \tag{2.16}$$

untuk setiap $i = 0, 1, \dots, N - 1$. Dijabarkan dengan notasi k_1, k_2, k_3, k_4 pada metode ini untuk mengeliminasi kebutuhan penentuan variabel kedua $f(t, y)$ (Burden, 2010).

2.9 Penelitian Terdahulu

Berikut merupakan penelitian terdahulu yang menjadi referensi dalam pengerjaan penelitian ini.

Tabel 2. 1 Penelitian terdahulu

No.	Nama dan Tahun Publikasi	Hasil
1.	Ariesy, (2018)	$\frac{dS}{dt} = \Lambda - \frac{\beta_1 U_1 S}{N} - \mu S,$ $\frac{dU_1}{dt} = \frac{\beta_1 U_1 S}{N} - \rho U_1 + \frac{\beta_3 U_1 U_2}{N} - (\mu + \delta_1)U_1,$ $\frac{dU_2}{dt} = \rho U_1 - \frac{\beta_3 U_1 U_2}{N} - (\mu + \delta_2)U_2.$ • dengan S adalah individu yang rentan menjadi pengguna narkoba , U_1 adalah individu pengguna narkoba tidak dalam masa pengobatan, dan U_2 adalah dan individu pengguna narkoba dalam masa pengobatan.
2.	Fandiyanto, (2019)	• Tingginya perkembangan teknologi internet di Indonesia membuat perkembangan pembayaran elektronik di kalangan masyaraat menjadi terus meningkat. Beberapa riset menunjukkan bahwa 56.80% responden baru memiliki kartu uang elektronik selama satu tahun atau kurang sedangkan 42.43% responden merasa uang elektronik telah membantu mereka lebih mengendalikan pengeluaran mereka.

- Jika dipantau terdapat beberapa jenis layananan pembayaran elektronik di Indonesia saat ini diantaranya *E-money* yang meliputi *Flazz* BCA, *Tap Cash* BNI, Brizzi BRI dan *E-Money* Mandiri. Sedangkan untuk layanan *E-Wallet* terdiri dari *E-Cash* Bank Mandiri, *T-Cash* Telkomsel, Rekening Ponsel Bank CIMB Niaga dan Go-Pay.