

## BAB II TINJAUAN PUSTAKA

Tinjauan pustaka berisi pembahasan mengenai teori-teori pendukung pada penelitian ini.

### 2.1 Sampah

Menurut PERDA Kota Balikpapan Nomor 13 Tahun 2015 sampah adalah sisa kegiatan sehari-hari manusia dan/atau proses alam yang berbentuk padat. Sampah yang mudah terurai adalah sampah yang berasal dari tumbuhan, hewan, dan/atau bagian-bagiannya yang dapat terurai oleh makhluk hidup lainnya dan/atau mikro organisme, seperti makanan dan serasah. Sampah yang dapat digunakan kembali adalah sampah yang dapat dimanfaatkan tanpa melalui proses pengolahan, antara lain kertas kardus, botol minuman, dan kaleng. Sampah yang dapat didaur ulang adalah sampah yang dapat dimanfaatkan setelah melalui proses pengolahan, antara lain sisa kain, plastik, kertas, dan kaca. Sampah rumah tangga adalah sampah yang berasal dari kegiatan sehari-hari dalam rumah tangga yang sebagian besar terdiri dari sampah organik, tidak termasuk tinja dan sampah spesifik. Pengelolaan sampah adalah kegiatan yang sistematis, menyeluruh, dan berkesinambungan yang meliputi pengurangan, pengolahan, dan penanganan sampah. Hal itu dilakukan untuk mengantisipasi permasalahan sampah yang mungkin timbul di masa mendatang (Setiyono dan Wahyono, 2001). Sampah dapat digolongkan antara lain sebagai berikut (Sejati, 2009):

1. Sampah Organik/basah

Sampah organik adalah sampah yang berasal dari makhluk hidup, seperti daun-daunan, sampah dapur, sampah restoran, sisa sayuran, sisa buah, dll. Sampah jenis ini dapat terdegradasi (membusuk/hancur) secara alami.

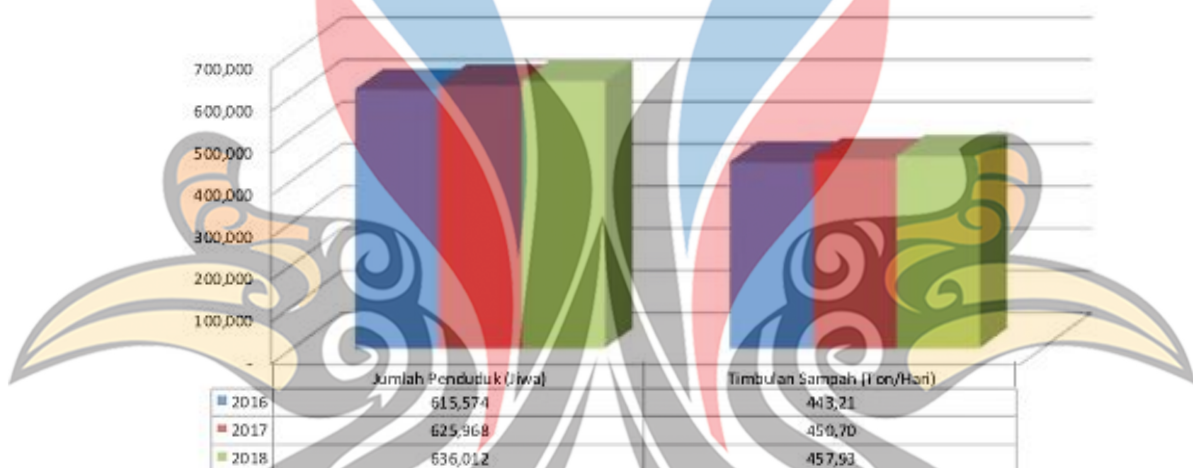
2. Sampah anorganik/kering

Sampah anorganik adalah sampah yang tidak dapat terdegradasi secara alami. Contohnya: logam, besi kaleng, plastik, karet, botol, dll.

3. Sampah berbahaya

Sampah jenis ini berbahaya bagi manusia. Contohnya: baterai, jarum suntik bekas, limbah racun kimia, limbah nuklir, dll. Sampah jenis ini memerlukan penanganan khusus.

Meningkatnya pertumbuhan penduduk dan pembangunan di berbagai sektor di Kota Balikpapan berakibat meningkatnya tingkat konsumsi masyarakat. Hal ini menyebabkan timbunan sampah di Kota Balikpapan semakin meningkat yang dihasilkan tiap harinya (Dinas Lingkungan Hidup Kota Balikpapan, 2018). Berikut Gambar 2.1 yang menyatakan hubungan antara jumlah penduduk dengan timbunan sampah di Kota Balikpapan.



Gambar 2. 1 Jumlah penduduk dan timbunan sampah Kota Balikpapan (Dinas Lingkungan Hidup Kota Balikpapan, 2019)

Gambar 2.1 menyatakan hubungan timbunan sampah dengan jumlah penduduk. Berdasarkan Gambar 2.1 terlihat bahwa jumlah penduduk semakin meningkat dari tahun ke tahun. Hal itu mempengaruhi peningkatan jumlah timbunan sampah di Kota Balikpapan. Tahun 2017, jumlah penduduk di Kota Balikpapan meningkat sebanyak 10.394 jiwa dari tahun 2016. Jumlah tersebut mengakibatkan peningkatan timbunan sampah sebanyak 7,49 ton/hari. Selanjutnya, pada tahun 2018, jumlah sampah meningkat 7,23 ton/hari dari tahun sebelumnya yang merupakan akibat peningkatan jumlah penduduk sebesar 10.044 jiwa. Hal ini menunjukkan bahwa jumlah timbunan sampah berbanding lurus dengan jumlah penduduk Kota Balikpapan.

Sampah yang berada di dalam bumi dapat berasal dari beberapa sumber berikut (Putri, 2018): [www.itk.ac.id](http://www.itk.ac.id)

1. **Pemukiman Penduduk**

Sampah yang dihasilkan dari satu atau beberapa orang yang berada di keluarga yang tinggal pada satu rumah/bangunan yang terdapat di desa atau di Kota. Jenis sampah pada pemukiman biasanya sampah organik, anorganik, abu, atau sampah sisa tumbuhan.

2. **Tempat umum dan tempat perdagangan**

Tempat di mana banyak orang melakukan kegiatan maupun berkumpul termasuk perdagangan disebut tempat umum. Jenis sampah yang dihasilkan pada tempat umum banyak berupa sampah, seperti organik, anorganik, sisa bahan bangunan, sampah khusus, dan terkadang terdapat abu serta sampah berbahaya.

3. **Sarana layanan masyarakat milik pemerintah**

Sarana layanan masyarakat, antara lain jalan umum, layanan kesehatan seperti rumah sakit dan puskesmas, tempat umum dan hiburan, gedung pertemuan, kompleks militer, pantai, tempat parkir, dan lain-lain. Pada tempat tersebut biasanya menghasilkan jenis sampah kering dan sampah khusus.

4. **Industri berat dan ringan**

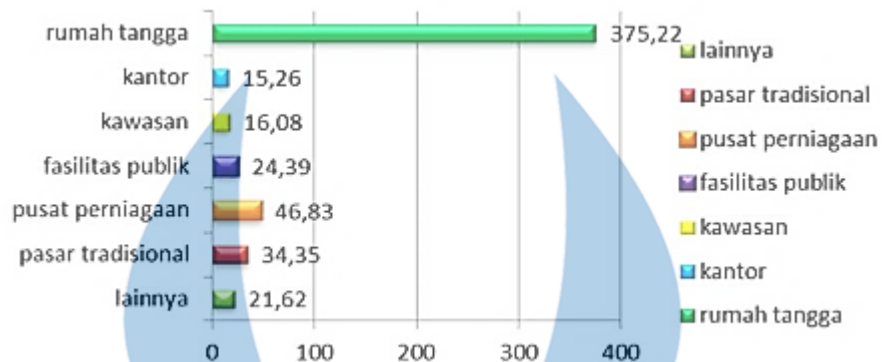
Industri yang dimaksud, yaitu industri kimia, industri logam, industri kayu, tempat pengolahan air minum, serta kegiatan industri lainnya. Sampah yang dihasilkan berupa sampah kering ataupun basah, sampah khusus, sampah sisa bangunan dan sampah berbahaya.

5. **Pertanian**

Pertanian yang dimaksud, seperti ladang, sawah, kebun. Sampah yang dihasilkan berasal dari hewan dan tanaman. Jenis sampah berupa sampah pertanian, pupuk, bahan pembasmi serangga tanaman, jerami, pestisida, dan bahan-bahan makanan yang telah membusuk. Namun, sebagian besar sampah yang dihasilkan selama musim panen, biasanya akan dibakar dan dimanfaatkan untuk pupuk. Sampah jenis berbahan kimia seperti pestisida, memerlukan penanganan khusus.

[www.itk.ac.id](http://www.itk.ac.id)

Sumber sampah Kota Balikpapan berdasarkan survei JICA, 2014 dapat dilihat pada Gambar 2.2 di bawah ini:



Gambar 2. 2 Sumber sampah Kota Balikpapan (ton/hari)(Dinas Lingkungan Hidup Kota Balikpapan, 2019)

Berdasarkan Gambar 2.2 sumber sampah di Kota Balikpapan berasal dari rumah tangga, kantor, kawasan, fasilitas publik, pusat perniagaan, pasar tradisional, dan lainnya. Diagram batang di atas menunjukkan bahwa sumber sampah terbanyak berasal dari sampah rumah tangga, dengan jumlah 375,22 ton/hari. Sedangkan sumber sampah terkecil berasal dari kantor dengan jumlah 15,26 ton per hari. Sampah rumah tangga umumnya didominasi oleh jenis sampah organik. Dengan demikian, pengelolaan sampah jenis ini perlu mendapat perhatian lebih mengingat jumlahnya yang cukup banyak.

## 2.2 Kompos

Kompos didefinisikan sebagai pupuk organik yang memiliki kandungan unsur N, P dan K yang tidak terlalu tinggi. Kompos mengandung unsur hara mikro yang fungsinya membantu memperbaiki struktur tanah dengan meningkatkan porositas tanah sehingga tanah menjadi lebih gembur dan lebih mampu menyimpan air. Kompos merupakan hasil penguraian parsial atau tidak lengkap dari campuran bahan organik yang dapat dipercepat secara artifisial oleh populasi berbagai macam mikroba dalam kondisi lingkungan yang aerobik atau anaerobik. Pengomposan adalah kegiatan pemanfaatan ulang sampah organik melalui proses penguraian/dekomposisi. Pengomposan memanfaatkan proses biologis yaitu pengembangan massa mikroba yang dapat tumbuh selama proses terjadi (Rachmawaty dkk, 2019). Pengomposan dapat menguraikan materi organik yang

kompleks secara biologis oleh mikroorganisme dengan menghasilkan materi organik sederhana dan relatif stabil menyerupai humus dalam kondisi yang terkendali. Umumnya komposisi bahan organik sampah kota berkisar 60-80%, sehingga hal ini dapat memberikan peluang yang besar untuk bisa memanfaatkan sampah kota menjadi kompos (Sahwan, 2010).

Sampah yang dapat dikompos terdiri dari jenis sayur-sayuran, buah-buahan, rumput, serbuk kayu, nasi, dan sebagainya. Sedangkan sampah yang tidak dapat dikompos misalnya daging, santan, susu, dan sebagainya (Raharjo dkk, 2013). Banyak sekali manfaat yang dihasilkan dari pengomposan. Manfaat pengomposan antara lain mengurangi ruang TPA, mengurangi kontaminasi permukaan dan air tanah, mengurangi emisi metana. Komposisi sampah organik dapat digunakan sebagai nutrisi untuk tanaman, bahan tambahan tanah dan untuk pengelolaan lingkungan (Putri, 2019).

### 2.3 Program Linier

Program linier merupakan ilmu terapan yang sangat bermanfaat dan sangat luas penggunaannya. Program linier secara umum berkaitan dengan masalah memaksimalkan atau meminimumkan fungsi linier dari variabel-variabel keputusan tak negatif yang memenuhi kendala persamaan maupun pertidaksamaan. Secara matematis dapat ditulis sebagai berikut:

Maksimalkan atau minimumkan fungsi linier (Syahputra, 2017):

$$z = c_1x_1 + \dots + c_r x_r \quad (1)$$

dengan kendala:  $a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{ir}x_r \{ \leq, =, \geq \} b_i \quad (2)$

$$x_j \geq 0 \quad (3)$$

$i = 1,2,3, \dots, m; j = 1,2,3, \dots, r; m$  dan  $r$  bilangan bulat;  $a_{ij}, b_i, c_j$  adalah konstanta yang diketahui. Setiap kendala, bertanda  $\leq, =$ , atau  $\geq$  hanya dipakai satu saja, tetapi tanda kendala yang satu dengan kendala yang lain dapat berbeda. Persamaan (1) disebut fungsi tujuan atau objektif dengan banyaknya variabel sebanyak  $r$ , Persamaan (2) disebut kendala utama ditandai dengan pertidaksamaan, sedangkan Persamaan (3) disebut kendala pembatas atau kendala non negatif (Syahputra, 2017). Bentuk umum program linier diatas dapat diuraikan sebagai berikut:

Maksimumkan atau minimumkan fungsi linier

$$z = c_1x_1 + \dots + c_r x_r \quad (4)$$

dengan kendala

$$\left. \begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1r}x_r &\leq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2r}x_r &= b_2 \\ \dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \dots + a_{mr}x_r &\geq b_m \end{aligned} \right\} \text{Kendala Utama}$$
$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_r \geq 0$$

$a_{ij}, b_i, c_j$  adalah konstanta yang diketahui,  $m$  dan  $r$  bilangan bulat

## 2.4 Fuzzy

Logika Fuzzy merupakan suatu logika yang memiliki nilai kekaburan atau kesamaran antara benar atau salah. Pada awalnya fuzzy populer digunakan dan diaplikasikan ke bidang kendali (control). Fuzzy dapat digunakan dalam bidang teori, kontrol, teori keputusan, dan beberapa bagian dalam manajemen sains. Pada bagian ini dijelaskan mengenai hal-hal yang berkaitan dengan fuzzy.

### 2.4.1 Pengertian Fuzzy

Himpunan fuzzy pertama kali dikembangkan pada tahun 1965 oleh Zadeh. Zadeh menyatakan bahwa himpunan fuzzy adalah kelas objek dengan rangkaian nilai keanggotaan. Himpunan seperti itu dicirikan dengan fungsi keanggotaan (karakteristik) yang memberikan nilai setiap anggota suatu *grade* kepada anggotanya yang berkisar antara nol dan satu (Zadeh, 1965). Kamus Oxford mendefinisikan fuzzy sebagai *blurred* (kabur atau remang-remang), *indistinct* (tidak jelas), *imprecisely defined* (didefinisikan secara tidak presisi), *confused* (membingungkan), *vague* (tidak jelas). Penggunaan istilah “sistem fuzzy” tidak dimaksudkan untuk mengacu pada sebuah sistem yang tidak jelas/kabur/remang-remang definisinya, cara kerjanya, atau deskripsinya (Naba, 2009).

### 2.4.2 Himpunan Fuzzy

Himpunan fuzzy adalah himpunan pasangan berurutan dengan elemen pertama adalah elemen himpunan sedangkan elemen kedua adalah derajat

keanggotaan dari elemen himpunan. Himpunan fuzzy dari  $\tilde{A}$  didefinisikan pada Persamaan (5) berikut:

$$\tilde{A} = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x)) | x \in X\} \quad (5)$$

di mana  $x$  elemen himpunan,  $\mu_{\tilde{A}}(x)$  nilai keanggotaan. Himpunan fuzzy  $\tilde{A}$  dikatakan bilangan fuzzy apabila memenuhi sifat normal, notasi  $\tilde{A}_\alpha$  merupakan selang tertutup untuk setiap  $\alpha \in [0,1]$ , serta  $Supp(\tilde{A})$  adalah selang terbuka, dan konveks (Widiarsi dan Kusumawati, 2016). Nilai keanggotaan suatu item  $x$  dalam suatu himpunan  $\tilde{A}$  pada himpunan tegas (*crisp*), ditulis dengan  $\mu_{\tilde{A}}(x)$ , memiliki 2 kemungkinan (Kumala, 2014), yaitu:

1. satu (1), yang berarti bahwa suatu item merupakan anggota dalam suatu himpunan atau
2. nol (0), yang berarti bahwa suatu item bukan anggota dalam suatu himpunan.

Hal-hal yang perlu diketahui dalam memahami fuzzy (Kumala, 2014), yaitu:

a. Variabel Fuzzy

Variabel fuzzy merupakan variabel yang dibahas dalam suatu sistem fuzzy. Contoh: umur, temperatur, dsb.

b. Himpunan fuzzy

Himpunan fuzzy merupakan suatu grup yang mewakili suatu kondisi atau keadaan tertentu dalam suatu variabel fuzzy.

c. Semesta Pembicaraan

Semesta pembicaraan adalah keseluruhan nilai yang diperbolehkan untuk dioperasikan dalam suatu variabel fuzzy. Semesta pembicaraan merupakan himpunan bilangan real yang senantiasa naik (bertambah) secara monoton dari kiri ke kanan. Nilai semesta pembicaraan dapat berupa bilangan positif maupun negatif. Adakalanya nilai semesta pembicaraan ini tidak dibatasi batas atasnya.

d. Domain

Domain himpunan fuzzy adalah keseluruhan nilai yang diizinkan dalam semesta pembicaraan dan boleh dioperasikan dalam suatu himpunan fuzzy. Seperti halnya semesta pembicaraan, domain merupakan himpunan bilangan

real yang senantiasa naik (bertambah) secara monoton dari kiri ke kanan. Nilai domain dapat berupa bilangan positif maupun negatif.

### 2.4.3 Fungsi Keanggotaan

Fungsi keanggotaan (*membership function*) adalah suatu kurva yang menunjukkan pemetaan titik-titik *input* data ke dalam nilai keanggotaannya yang memiliki interval antara 0 dan 1. Salah satu cara yang dapat digunakan untuk mendapatkan nilai keanggotaan adalah dengan pendekatan fungsi. Berikut ini beberapa fungsi yang dapat digunakan untuk memperoleh nilai keanggotaan, yaitu (Sari dan Alisah, 2012):

#### 1. Representasi Linier

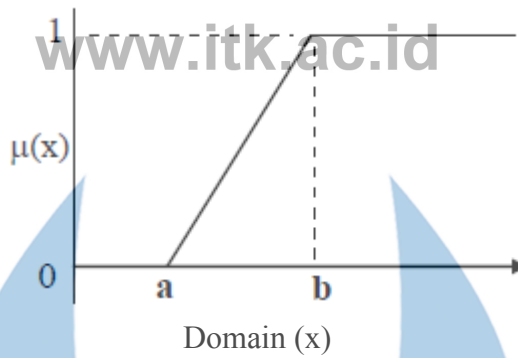
Pada representasi linier, pemetaan *input* ke derajat keanggotaannya digambarkan sebagai suatu garis lurus. Bentuk ini paling sederhana dan menjadi pilihan yang baik untuk mendekati suatu konsep yang kurang jelas. Ada 2 macam himpunan fuzzy yang linier. Pertama, kenaikan himpunan dimulai pada nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan nol bergerak ke kanan menuju ke nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan lebih tinggi seperti ditunjukkan Gambar 2.3.

Fungsi keanggotaan linier naik ditunjukkan pada Persamaan (6) berikut (Bahroini dkk, 2016):

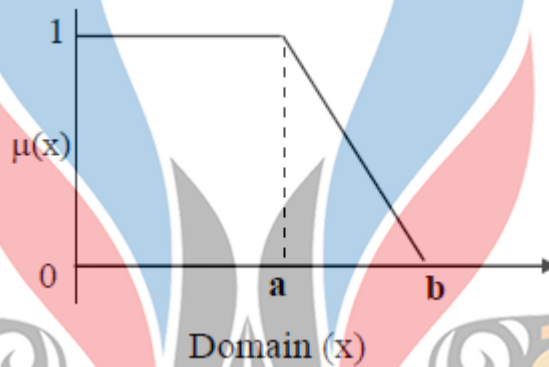
$$\mu(x) = \begin{cases} 0; & x \leq a, \\ \frac{x-a}{b-a}; & a < x \leq b, \\ 1; & x > b. \end{cases} \quad (6)$$

di mana  $\mu(x)$  fungsi keanggotaan,  $\mu(x) \in [0,1]$ ,  $a, b \in \mathbb{R}$ . Kedua, merupakan kebalikan yang pertama. Garis lurus dimulai dari nilai domain yang derajat keanggotaan tertinggi pada sisi kiri, kemudian bergerak menurun ke nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan lebih rendah seperti ditunjukkan pada Gambar 2.4.





Gambar 2. 3 Fungsi keanggotaan linier naik (Bahroini dkk, 2016)



Gambar 2. 4 Fungsi keanggotaan linier turun (Bahroini dkk, 2016)

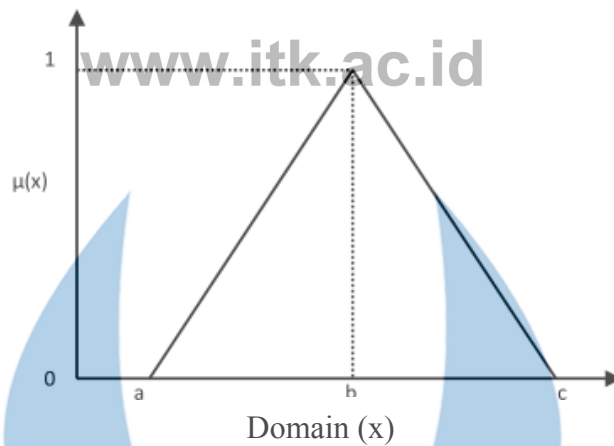
Fungsi keanggotaan linier turun ditunjukkan pada Persamaan (7) berikut (Bahroini dkk, 2016):

$$\mu(x) = \begin{cases} 1; & a < x, \\ \frac{b-x}{b-a}; & a \leq x \leq b, \\ 0; & x > b. \end{cases} \quad (7)$$

dengan  $\mu(x)$  fungsi keanggotaan,  $\mu(x) \in [0,1]$ ,  $a, b \in \mathbb{R}$ .

## 2. Representasi Kurva Segitiga

Kurva segitiga pada dasarnya adalah gabungan dari 2 (dua) garis linier, yaitu garis linier naik dan garis linier turun seperti ditunjukkan pada Gambar 2.5.



Gambar 2. 5 Fungsi keanggotaan kurva segitiga (Haris, 2010)

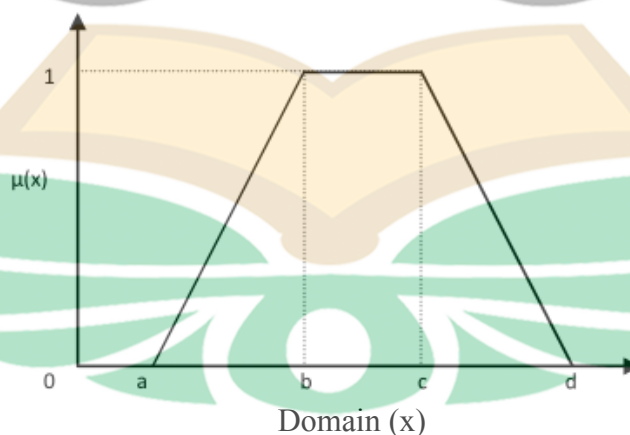
Fungsi keanggotaan kurva segitiga ditunjukkan pada Persamaan (8) berikut:

$$\mu(x) = \begin{cases} 0; & x < a \text{ atau } x > c, \\ \frac{x-a}{b-a}; & a \leq x \leq b, \\ \frac{c-x}{c-b}; & b < x \leq c. \end{cases} \quad (8)$$

di mana  $\mu(x)$  fungsi keanggotaan,  $\mu(x) \in [0,1]$ ,  $a, b, c \in \mathbb{R}$  yang diperoleh dari persamaan garis dari titik ke titik (Sari dan Alisah, 2012).

### 3. Representasi Kurva Trapesium

Kurva trapesium pada dasarnya seperti kurva segitiga, hanya saja ada beberapa titik yang mewakili nilai keanggotaan satu seperti ditunjukkan pada Gambar 2.6.



Gambar 2. 6 Fungsi keanggotaan kurva trapesium (Haris, 2010)

Fungsi keanggotaan kurva trapesium ditunjukkan pada Persamaan (9) berikut (Bahroini dkk, 2016):

$$\mu(x) = \begin{cases} 0; & x < a \text{ atau } x > d, \\ \frac{x-a}{b-a}; & a \leq x \leq b, \\ 1; & b < x \leq c, \\ \frac{d-x}{d-c}; & c < x \leq d. \end{cases} \quad (9)$$

dengan  $\mu(x)$  fungsi keanggotaan,  $\mu(x) \in [0,1]$ ,  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ .

#### 2.4.4 Operator Fuzzy

Ada tiga model operator fuzzy, yaitu operator-operator dasar yang dikemukakan oleh Zadeh dan operator-operator alternatif yang dikembangkan yang dikembangkan dengan menggunakan konsep transformasi tertentu, yaitu AND, OR, dan NOT (Kumala, 2014).

##### 1. Operator AND

Operator ini berhubungan dengan operasi *intersection* pada himpunan  $\alpha$ -predikat sebagai hasil operasi dengan operator AND diperoleh dengan mengambil nilai keanggotaan terkecil antar elemen pada himpunan-himpunan yang bersangkutan.

$$\mu_{A \cap B} = \min(\mu_A(x), \mu_B(y)), x \in A, y \in B, \mu_A, \mu_B \in [0,1]. \quad (10)$$

##### 2. Operator OR

Operator ini berhubungan dengan operasi *union* pada himpunan  $\alpha$ -predikat sebagai hasil operasi dengan operator OR diperoleh dengan mengambil nilai keanggotaan terbesar antar elemen pada himpunan-himpunan yang bersangkutan.

$$\mu_{A \cup B} = \max(\mu_A(x), \mu_B(y)), x \in A, y \in B, \mu_A, \mu_B \in [0,1]. \quad (11)$$

##### 3. Operator NOT

Operator ini berhubungan dengan operasi komplemen pada himpunan  $\alpha$ -predikat sebagai hasil operasi dengan operator NOT diperoleh dengan mengurangi nilai keanggotaan elemen pada himpunan yang bersangkutan dari 1.

$$\mu_{A'} = 1 - \mu_A(x), x \in A, \mu_A \in [0,1]. \quad (12)$$

## 2.5 Pemrograman Linier Fuzzy

Penyelesaian dengan program linier fuzzy adalah pencarian suatu nilai  $Z$  yang merupakan fungsi obyektif yang akan dioptimalkan sedemikian rupa sehingga tunduk pada batasan-batasan yang dimodelkan dengan menggunakan himpunan fuzzy (Kumala, 2014). Bentuk umum model Pemrograman Linier Fuzzy (PLF) dapat dilihat pada Persamaan (13) berikut (Widiarsi dan Kusumawati, 2016):

$$Z = \sum_{j=1}^n \tilde{c}_j x_j, \quad (13)$$

$$\text{dengan kendala } \sum_{j=1}^n \tilde{a}_{ij} x_j \leq \tilde{b}_i, i = 1, \dots, m; m, n \in \mathbb{N},$$

dengan

$x_j$  : variabel keputusan,

$\tilde{a}_{ij}$  : koefisien teknis dalam bentuk bilangan fuzzy,

$\tilde{b}_i$  : koefisien ruas kanan dalam bentuk bilangan fuzzy,

$\tilde{c}_j$  : koefisien ongkos dalam bentuk bilangan fuzzy.

Terdapat banyak bentuk masalah PLF, salah satunya adalah PLF dengan koefisien teknis berbentuk bilangan fuzzy. Masalah PLF dengan koefisien teknis bilangan fuzzy disajikan dengan menentukan batasan dan fungsi tujuan yang akan dicapai dari variabel keputusan dalam bentuk pertidaksamaan linier seperti pada Persamaan (14) berikut ini (Widiarsi dan Kusumawati, 2016):

$$Z = \sum_{j=1}^n c_j x_j, \quad (14)$$

dengan kendala

$$\sum_{j=1}^n \tilde{a}_{ij} x_j \leq b_i \quad 1 \leq i \leq m, m \in \mathbb{N},$$

$$x_j \geq 0, 1 \leq j \leq n, n \in \mathbb{N},$$

dengan

$x_j$  : variabel keputusan,

$\tilde{a}_{ij}$  : koefisien teknis dalam bentuk bilangan fuzzy,

$\tilde{b}_i$  : koefisien ruas kanan dalam bentuk bilangan fuzzy,

$\tilde{c}_j$  : koefisien ongkos dalam bentuk bilangan fuzzy.

## 2.6 Metode Simpleks Dua fase

Penyelesaian program linier dengan kendala  $\leq$ ,  $\geq$ , dan  $=$  dapat diselesaikan menggunakan metode simpleks dua fase dan Big M. Menurut Winston, saat metode

Big M digunakan, sulit untuk menentukan seberapa besar nilai  $M$ . Secara umum,  $M$  dipilih setidaknya 100 kali lebih besar daripada koefisien terbesar dari fungsi objektif asal. Pengenalan bilangan besar tersebut ke dalam kasus dapat menyebabkan kesalahan pembulatan dan kesulitan komputasi lainnya. Atas alasan ini, banyak koding komputer penyelesaian program linier menggunakan metode simpleks dua fase. Pada metode simpleks dua fase, variabel buatan ditambahkan ke kendala-kendala tujuan. Kemudian solusi optimal pada program linier asal dengan menyelesaikan fase I. Pada fase I, fungsi objektifnya adalah meminimumkan jumlahan semua variabel buatan. Saat fase I selesai, fungsi objektif program linier asal dikembalikan dan ditentukan solusi optimal program linier asal (Winston, 2004).

Berikut langkah-langkah metode simpleks dua fase.

1. Langkah 1: Mengubah kendala sehingga ruas kanan dari setiap kendala tidak bernilai negatif. Setiap kendala dengan nilai ruas kanan negatif harus dikali dengan  $-1$ .
2. Langkah 2: Mengubah setiap kendala pertidaksamaan menjadi bentuk standar. Jika kendala  $i$  adalah kendala  $<$ , maka tambahkan variabel *slack*  $s_i$ . Jika kendala  $i$  adalah kendala  $>$ , maka tambahkan variabel *surplus*  $e_i$ .
3. Langkah 3: Jika kendala  $i$  adalah kendala  $>$  atau  $=$ , maka tambahkan variabel buatan  $a_i$ .
4. Langkah 4: Sementara abaikan fungsi objektif program linier asal dan terlebih dahulu menyelesaikan persamaan linier dengan fungsi objektifnya adalah

$$\text{Min } A = \sum a_i, a_i \text{ adalah variabel buatan.} \quad (15)$$

Langkah ini disebut fase I.

5. Langkah 5: Setelah fase I optimal, hilangkan semua kolom pada tabel optimal fase I yang berhubungan dengan variabel buatan. Kemudian gabungkan fungsi objektif asal dengan kendala dari tabel optimal fase I. Proses ini disebut fase II. Solusi optimal dari fase II merupakan solusi optimal dari program linier asal (Winston, 2004).

Pengerjaan menggunakan metode simpleks dua fase dapat dilihat pada contoh kasus berikut.

$$\text{Min } Z = 2x_1 + 3x_2$$

[www.itk.ac.id](http://www.itk.ac.id)

Kendala:

$$\frac{1}{2}x_1 + \frac{1}{4}x_2 \leq 4$$

$$x_1 + 3x_2 \geq 20$$

$$x_1 + x_2 = 10$$

Ubah fungsi objektif dan kendala dalam bentuk standar menjadi

$$Z - 2x_1 - 3x_2 = 0$$

$$\frac{1}{2}x_1 + \frac{1}{4}x_2 + s_1 = 4$$

$$x_1 + 3x_2 - e_2 + a_2 = 20$$

$$x_1 + x_2 + a_3 = 10$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Fungsi tujuan fase I menjadi

$$\text{Min } A = a_2 + a_3$$

$$\leftrightarrow A - a_2 - a_3 = 0$$

$$\leftrightarrow A + 2x_1 + 4x_2 - e_1 = 30$$

fungsi tujuan dan kendala dimuat dalam tabel iterasi fase I.

Iterasi 1

	A	$x_1$	$x_2$	$s_1$	$e_2$	$a_2$	$a_3$	RHS	Rasio
A	1	2	4	0	-1	0	0	30	
$s_1$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	1	0	0	0	4	16
$a_2$	0	1	3	0	-1	1	0	20	$\frac{20}{3}$
$a_3$	0	1	1	0	0	0	1	10	10

Nilai  $x_2$  pada baris A sebagai kolom kunci berdasarkan nilai positif terbesar pada baris A, kemudian baris  $a_2$  dipilih sebagai baris kunci berdasarkan nilai positif terkecil pada kolom rasio. Rasio diperoleh dari pembagian nilai kanan (RHS) terhadap *entry* pada kolom kunci yang bersesuaian. Setelah itu ditentukan angka kunci, yaitu *entry* perpotongan pada baris kunci dan kolom kunci. Selanjutnya dilakukan perubahan nilai baris. Nilai baris kunci baru merupakan pembagian dari nilai kunci lama terhadap angka kunci. Nilai baris baru yang lain merupakan nilai

baris lama yang dikurangi dengan perkalian antara angka kunci pada baris yang bersangkutan dengan nilai baris kunci baru.

www.itk.ac.id

angka kunci = 3

$$\text{Nilai baris kunci lama} = \begin{array}{cccccccc} 0 & 1 & 3 & 0 & -1 & 1 & 0 & 20 \end{array}$$

$$\text{Angka kunci} = \begin{array}{cccccccc} 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \end{array} \quad ;$$

$$\text{Nilai baris kunci baru} = \begin{array}{cccccccc} 0 & \frac{1}{3} & 1 & 0 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & \frac{20}{3} \end{array}$$

\*Nilai baris baru  $A$

$$\text{Baris lama } A = \begin{array}{cccccccc} 1 & 2 & 4 & 0 & -1 & 0 & 0 & 30 \end{array}$$

$$\text{Nilai baris kunci baru} = \begin{array}{cccccccc} 0 & \frac{1}{3} & 1 & 0 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & \frac{20}{3} \end{array}$$

$$\text{Angka kunci baris } A = \begin{array}{cccccccc} 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \end{array}$$

$$\text{Nilai baris baru } A = \begin{array}{cccccccc} 1 & \frac{2}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{3} & -\frac{4}{3} & 0 & \frac{10}{3} \end{array}$$

\*Nilai baris baru  $s_1$

$$\text{Baris lama } s_1 = \begin{array}{cccccccc} 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & 1 & 0 & 0 & 0 & 4 \end{array}$$

$$\text{Nilai baris kunci baru} = \begin{array}{cccccccc} 0 & \frac{1}{3} & 1 & 0 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & \frac{20}{3} \end{array}$$

$$\text{Angka kunci baris } s_1 = \begin{array}{cccccccc} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{array}$$

$$\text{Nilai baris baru } s_1 = \begin{array}{cccccccc} 0 & \frac{5}{12} & 0 & 1 & \frac{1}{12} & -\frac{1}{12} & 0 & \frac{7}{3} \end{array}$$

\*Nilai baris baru  $a_3$

$$\text{Baris lama } a_3 = \begin{array}{cccccccc} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 10 \end{array}$$

$$\text{Nilai baris kunci baru} = \begin{array}{cccccccc} 0 & \frac{1}{3} & 1 & 0 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & \frac{20}{3} \end{array}$$

$$\text{Angka kunci baris } a_3 = \begin{array}{cccccccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array}$$

$$\text{Nilai baris baru } a_3 = \begin{array}{cccccccc} 0 & \frac{2}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 1 & \frac{10}{3} \end{array}$$

Baris baris baru dimuat dalam tabel iterasi 2.



www.itk.ac.id

Iterasi 2

[www.itk.ac.id](http://www.itk.ac.id)

	A	$x_1$	$x_2$	$s_1$	$e_2$	$a_2$	$a_3$	RHS	Rasio
A	1	$\frac{2}{3}$	0	0	$\frac{1}{3}$	$-\frac{4}{3}$	0	$\frac{10}{3}$	
$s_1$	0	$\frac{5}{12}$	0	1	$\frac{1}{12}$	$-\frac{1}{12}$	0	$\frac{7}{3}$	$\frac{84}{15} = 5.6$
$x_2$	0	$\frac{1}{3}$	1	0	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{20}{3}$	$\frac{60}{3} = 20$
$a_3$	0	$\frac{2}{3}$	0	0	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	1	$\frac{10}{3}$	$\frac{30}{6} = 5$

Perhitungan baris baru dilakukan kembali, diperoleh baris baru pada tabel iterasi 3 iterasi 3

	A	$x_1$	$x_2$	$s_1$	$e_2$	$a_2$	$a_3$	RHS
A	1	0	0	0	0	-1	-1	0
$s_1$	0	0	0	1	$-\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$-\frac{5}{8}$	$\frac{1}{4}$
$x_2$	0	0	1	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	5
$x_1$	0	1	0	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	5

Semua nilai variabel buatan pada baris A bernilai -1 dan nilai ruas kanan A bernilai 0. Tabel iterasi 3 merupakan solusi optimal pada fase I. Selanjutnya dilakukan ke fase II. Memuat kembali fungsi objektif awal Z dan hasil pada fase I yang optimal ke dalam tabel.



	Z	$x_1$	$x_2$	$s_1$	$e_2$	RHS
Z	1	-2	-3	0	0	0
$s_1$	0	0	0	1	$-\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$
$x_2$	0	0	1	0	$-\frac{1}{2}$	5
$x_1$	0	1	0	0	$\frac{1}{2}$	5

Pada tahap ini, nilai  $x_1$  dan  $x_2$  dibuat 0 dengan mengeliminasi pada baris Z. Sehingga diperoleh tabel fungsi objektif Z yang optimal.

	Z	$x_1$	$x_2$	$s_1$	$e_2$	RHS
Z	1	0	0	0	$-\frac{1}{2}$	25
$s_1$	0	0	0	1	$-\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$
$x_2$	0	0	1	0	$-\frac{1}{2}$	5
$x_1$	0	1	0	0	$\frac{1}{2}$	5

Fase II telah optimal, karena semua nilai pada baris  $Z \leq 0$ . Nilai yang diperoleh  $x_1 = 5, x_2 = 5, Z = 25$ .

## 2.7 Branch & Bound

Bentuk model program linier pada kehidupan sehari-hari tidak selalu harus variabel yang bernilai riil. Terkadang terdapat kasus program linier yang mengharuskan nilai variabelnya integer. Masalah program linier seperti ini termasuk masalah program linier integer. Pada program linier integer terdapat dua kasus, yaitu ILP dan MILP. ILP (*integer linear programming*) atau disebut program linier integer murni merupakan program linier dengan semua variabelnya harus bernilai integer. MILP (*mixed integer linear programming*) atau disebut program linier integer campuran merupakan program linier dengan sebagian variabel harus bernilai integer (Basriati, 2018).

Kasus yang mengharuskan variabelnya bernilai integer dapat diselesaikan dengan metode *Branch & Bound*. Metode *Branch and Bound* merupakan suatu teknik untuk mencari solusi dari persoalan ILP atau MILP dengan menghitung titik-titik dalam daerah layak dari suatu subpersoalan. Metode ini membatasi

penyelesaian optimal yang akan menghasilkan bilangan pecahan dengan cara membuat cabang atas dan bawah bagi masing-masing variabel keputusan yang bernilai pecahan agar bernilai bilangan bulat sehingga setiap pembatasan menghasilkan cabang baru dan membentuk sebuah pohon pencarian (*search tree*).

Langkah-langkah dalam menyelesaikan persoalan dengan menggunakan metode *Branch and Bound* adalah sebagai berikut (Basriati, 2018):

1. Menyelesaikan persoalan PL dengan metode simpleks tanpa batasan integer
2. Memeriksa solusi optimalnya. Jika variabel basis yang diharapkan bernilai integer, maka solusi optimal telah tercapai. Tetapi jika tidak bernilai integer, maka lanjutkan langkah 3.
3. Memilih variabel yang mempunyai nilai pecahan terbesar (artinya bilangan desimal terbesar) dari masing-masing variabel untuk dijadikan percabangan ke dalam sub-masalah. Ciptakan dua batasan baru untuk variabel ini, dengan batasan  $\leq$  dan batasan  $\geq$ .
4. Menyelesaikan model program linier dengan batasan baru yang ditambahkan pada setiap sub-masalah.
5. Apabila submasalah solusinya belum memenuhi syarat integer, maka lakukan lagi proses percabangan dan selesaikan submasalah seperti langkah 3.

## 2.8 Kategorisasi Data Penelitian

Sisi diagnosis suatu proses pengukuran atribut adalah pemberian makna atau interpretasi terhadap skor skala yang bersangkutan. Sebagai suatu hasil ukur berupa angka (kuantitatif). Kategorisasi data memerlukan suatu norma pembandingan agar dapat diinterpretasikan secara kualitatif. Deskripsi data ini memberikan gambaran penting mengenai keadaan distribusi skor skala pada kelompok subjek yang dikenai pengukuran dan berfungsi sebagai sumber informasi mengenai keadaan subjek pada aspek variabel yang diteliti. Langkah pertama dalam membuat kategori adalah dengan menetapkan kriterianya terlebih dahulu. Menurut Azwar, penentuan kategori ini didasari atas asumsi bahwa skor populasi subjek terdistribusi secara normal. Hal ini tidak terlepas dari berapa jumlah kategori yang akan dibuat, misalkan 3 kategori (rendah, sedang, tinggi) atau 5 kategori (sangat rendah, rendah,

sedang, tinggi, sangat tinggi). Pengkategorian dalam 3 kriteria dapat menggunakan formula berikut (Azwar, 2012).

$$\begin{aligned}
 \text{Rendah: } & x < \mu - \sigma \\
 \text{Sedang: } & \mu - \sigma \leq x < \mu + \sigma \\
 \text{Tinggi: } & \mu + \sigma \leq x
 \end{aligned}
 \tag{16}$$

Sedangkan, pengkategorian dalam 5 kriteria dapat menggunakan formula berikut.

$$\begin{aligned}
 \text{Sangat rendah: } & x \leq \mu - 1,5\sigma \\
 \text{Rendah: } & \mu - 1,5\sigma < x \leq \mu - 0,5\sigma \\
 \text{Sedang: } & \mu - 0,5\sigma < x \leq \mu + 0,5\sigma \\
 \text{Tinggi: } & \mu + 0,5\sigma < x \leq \mu + 1,5\sigma \\
 \text{Sangat Tinggi: } & \mu + 1,5\sigma < x
 \end{aligned}
 \tag{17}$$

dimana

$\mu$ : rata-rata,  $\sigma$ : standar deviasi.

Rumus rata-rata dan standar deviasi dapat dilihat pada Persamaan (18) dan (19).

$$\mu = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}
 \tag{18}$$

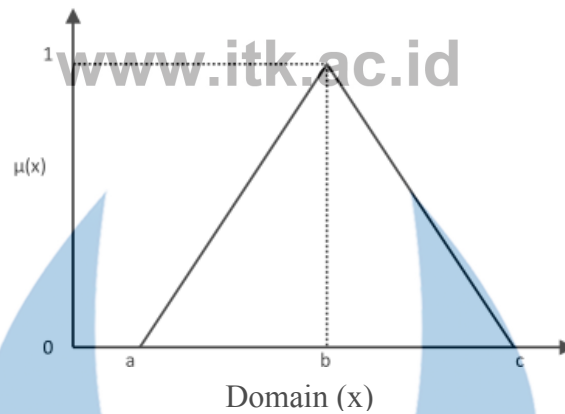
$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{n}}
 \tag{19}$$

dimana  $n$  banyak data,  $x_i$ : data ke-  $i$ ,  $i = 1, 2, 3, \dots$

Sebenarnya tidak ada pedoman khusus tentang berapa jumlah kategori dibuat dan berapa batasan pada masing-masing kategori. Pedoman di atas hanyalah pedoman yang dibuat oleh salah satu ahli dalam bidang pengukuran. Meskipun demikian, peneliti bisa memodifikasi kriteria yang dibuat sesuai dengan kebutuhannya, asalkan tetap logis dan proporsional (Azwar, 2012).

## 2.9 *Triangular Fuzzy Number* (TFN)

*Triangular Fuzzy Number* (TFN) merupakan bilangan fuzzy yang merepresentasikan tiga titik seperti:  $\tilde{A} = (a, b, c)$ . Representasi ini diinterpretasikan sebagai fungsi keanggotaan seperti Gambar 2.7 (Giani dan Assarudeen, 2012).



Gambar 2. 7 Grafik TFN (a,b,c) (Haris, 2010)

TFN perlu memenuhi beberapa kondisi berikut.

- (i).  $a$  hingga  $b$  adalah *increasing function*,
- (ii).  $b$  hingga  $c$  adalah *decreasing function*,
- (iii).  $a \leq b \leq c$ .

dengan fungsi keanggotaan seperti berikut.

$$y = \mu(x) = \begin{cases} 0; & x < a \text{ atau } x > c, \\ \frac{x-a}{b-a}; & a \leq x \leq b, \\ \frac{c-x}{c-b}; & b < x \leq c. \end{cases} \quad (20)$$

dengan begitu diperoleh TFN  $\tilde{A} = (a, b, c)$ .  $\mu(b) = 1$ , dimana  $b$  tidak perlu berada “di tengah” dari  $a$  dan  $c$ . Berikut beberapa operasi yang dapat dilakukan pada TFN.

Misal  $\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3)$ ,  $\tilde{B} = (b_1, b_2, b_3)$  ,dan  $w \in \mathbb{R}$ , maka (Giani dan Assarudeen, 2012),

- (i). Penjumlahan

$$\tilde{A} + \tilde{B} = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, c_1 + c_2) \quad (21)$$

- (ii). Pengurangan

$$\tilde{A} - \tilde{B} = (a_1 - b_1, a_2 - b_2, c_1 - c_2) \quad (22)$$

- (iii). Perkalian

$$\tilde{A} \cdot \tilde{B} = (a_1 b_1, a_2 b_2, a_3 b_3) \quad (23)$$

- (iv). Pembagian

$$\frac{\tilde{A}}{\tilde{B}} = \left( \frac{a_1}{b_1}, \frac{a_2}{b_2}, \frac{a_3}{b_3} \right) \quad (24)$$

(v). Perkalian dengan skalar

$$w\tilde{A} = \begin{cases} (wa_1, wa_2, wa_3), & \text{jika } w > 0 \\ (wa_3, wa_2, wa_1), & \text{jika } w < 0 \end{cases} \quad (25)$$

Penggunaan TFN dapat diterapkan pada salah satunya pada kasus penilaian siswa. Contoh: Murid dari jurusan sekolah A memperoleh nilai berikut (dari 0 hingga 100) pada ujian matematika (Voskoglou, 2015):

Jurusan 1 ( $D_1$ ): 100(5 murid), 99(3), 98(10), 95(15), 94(12), 93(1), 92 (8), 90(6), 89(3), 88(7), 85(13), 82(4), 80(6), 79(1), 78(1), 76(2), 75(3), 74(3), 73(1), 72(5), 70(4), 68(2), 63(2), 60(3), 59(5), 58(1), 57(2), 56(3), 55(4), 54(2), 53(1), 52(2), 51(2), 50(8), 48(7), 45(8), 42(1), 40(3), 35(1).

Kategori nilai ujian matematika departemen terbagi menjadi beberapa simbol huruf, yaitu:  $A(100-85)$  = memuaskan,  $B(84-75)$  = sangat bagus,  $C(60-74)$  = bagus,  $D(50-59)$  = cukup, dan  $E(<50)$  = tidak memuaskan. Kemudian, agar kasus penilaian siswa dapat digunakan dalam aturan TFN, maka perlu diketahui nilai rata-rata masing-masing kategori menggunakan Persamaan (26).

$$A = \frac{1}{n} (A_1 + A_2 + \dots + A_n) \quad (26)$$

dengan  $A$  dan  $A_i$  adalah TFN dengan kategori ke- $i$ ,  $i = 0,1,2, \dots, n$  (Voskoglou, 2015).

TFN untuk masing-masing kategori adalah  $A = (85; 92,5; 100)$ ,  $B = (75; 79,5; 84)$ ,  $C = (60,67,74)$ ,  $D = (50; 54,5; 59)$ ,  $E = (0; 24,5; 49)$ .

Ringkasan nilai murid yang diperoleh dapat dilihat pada Tabel 2.1.

Tabel 2. 1 Banyak nilai murid dalam aturan TFN

TFN	$D_1$
A	83
B	17
C	20
D	30
E	20
Total	170

Pada Tabel 2.1 terdapat 170 TFN merepresentasikan progres dari murid  $D_1$ . Kemudian TFN diperoleh menghitung rata-rata berdasarkan huruf kategori yang diperoleh pada jurusan tersebut menggunakan Persamaan (26).

$$D_1 = \frac{1}{170}(83A + 17B + 20C + 30D + 20E) \approx (64,88; 73,49; 82,11)$$

Secara nilai keseluruhan dari jurusan tersebut pada ujian matematika dapat dikarakteristikan dari bagus (C) hingga sangat bagus (B).

## 2.10 Penelitian Terdahulu

Rangkuman hasil penelitian terdahulu yang memiliki keterkaitan dengan penelitian yang dilakukan dapat dilihat pada Tabel 2.2 berikut.

Tabel 2. 2 Penelitian terdahulu

No.	Nama dan Tahun Publikasi	Hasil
1	Basriati, 2018	Metode: <i>Integer Linear Programming</i> dengan pendekatan Metode <i>Cutting Plane</i> dan <i>Branch And Bound</i> untuk optimasi produksi tahu. Hasil: Penggunaan metode <i>Branch and Bound</i> menghasilkan keuntungan maksimum bagi pengusaha tahu dengan keterbatasan sumberdaya ataupun bahan baku yang ada apabila memproduksi tahu besar sebanyak 339239 unit perbulan dan tahu kecil sebanyak 4 unit per bulan dengan keuntungan maksimum Rp 77971299,6 per bulan.
2	Purnama dan Ciptomulyono, 2011	Metode: <i>Inexact Fuzzy Linear Programming (IFLP)</i> pada pengelolaan sampah di Kota Malang dengan meminimumkan fungsi biaya. Hasil: Biaya pengelolaan sampah berkurang dari Rp.7.867.619.996 menjadi Rp.7.728.553.000 di Kota Malang pada tahun 2011.

3	Susanti dkk, 2017	<p>Metode: Optimasi Kebutuhan Kendaraan Pengangkut Sampah Menggunakan Model <i>Fuzzy Goal Programming</i>.</p> <p>Hasil: Pengoptimalan kendaraan yang dipakai pada pengangkutan sampah dengan hasil <i>dump</i> truk sebanyak 1 unit dan <i>armroll</i> sebanyak 18 unit dimana tidak terdapat lagi timbulan sampah pada TPS.</p>
4	Voskoglou, 2015	<p>Metode: <i>Use of the Triangular Fuzzy Numbers (TFN) for Student Assessment</i>.</p> <p>Hasil: Penentuan performa siswa dari dua departemen secara keseluruhan menggunakan metode TFN.</p>

