

BAB 2 TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Persamaan Schrödinger

Berdasarkan prinsip ketidakpastian Heisenberg, mustahil memprediksi secara akurat posisi dan momentum suatu partikel di saat yang bersamaan (Krane, 2012). Maka dari itu, fisika mekanika Newtonian yang bersifat deterministik tidak cukup mampu untuk menjelaskan perilaku materi pada alam mikroskopis. Pada tahun 1926, Schrödinger mengembangkan formulasi yang dapat mendeskripsikan perilaku partikel (Serway dan Jewett, 2014). Suatu partikel, bermassa m yang terperangkap di dalam kotak potensial $L_x \times L_y \times L_z$ dan dipengaruhi oleh potensial $V(x, y, z)$, dapat dikarakterisasikan oleh persamaan Schrödinger tidak bergayut waktu,

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi(x, y, z) + V(x, y, z)\psi(x, y, z) = E\psi(x, y, z), \quad (2.1)$$

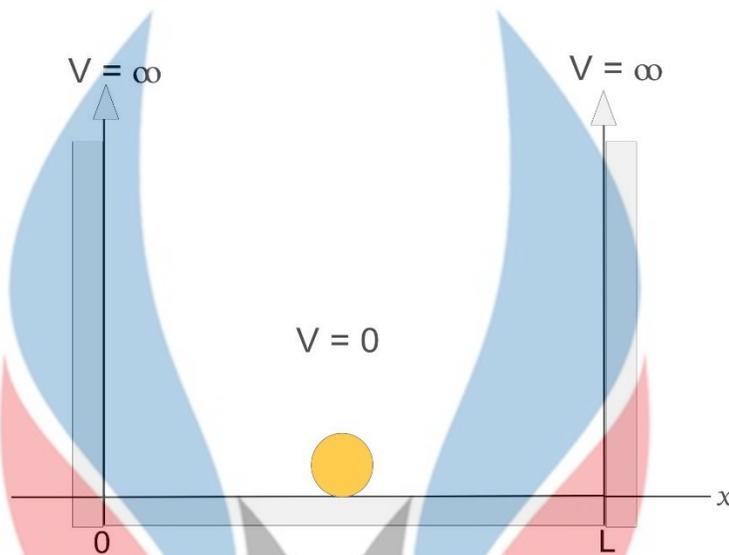
dengan

$$\nabla^2 = \left(\frac{\partial}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial}{\partial z}\right)^2. \quad (2.2)$$

Apabila partikel tersebut bergerak satu dimensi dan berinteraksi dengan lingkungan melalui suatu fungsi energi potensial $V(x)$, maka persamaannya akan menjadi

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{d}{dx}\right)^2\psi(x) + V(x)\psi(x) = E\psi(x). \quad (2.3)$$

Persamaan (2.3) merupakan persamaan Schrödinger tidak bergayut waktu untuk kotak potensial tak berhingga 1 dimensi.



Gambar 2. 1 Kotak potensial tak berhingga satu dimensi

Pada Gambar 2.1 merupakan salah satu model mekanika kuantum yang paling sederhana, yaitu kotak potensial 1 dimensi. Pada wilayah $0 \leq x \leq L$, energi potensialnya bernilai nol sedangkan pada wilayah $x \leq 0$ dan $x \geq L$ memiliki nilai energi potensial tak berhingga. Syarat batas inilah yang menjamin partikel tetap berada di dalam kotak potensial. Partikel bermassa m tersebut terjebak di wilayah yang memiliki nilai energi potensialnya nol dan bergerak terhadap sumbu x . Energi pada partikel tetap konstan meskipun bertumbukan dengan dinding potensial. Karena partikel tidak bisa memiliki energi yang tak berhingga, maka fungsi gelombang $\psi(x)$ menjadi 0. Dengan menggunakan persamaan (2. 3), fungsi gelombang $\psi(x)$ pada partikel yang terjebak di wilayah potensial $U(x) = 0$ adalah

$$\psi(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx} \quad (2.4)$$

dengan k bernilai

$$k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}. \quad (2.5)$$

Persamaan (2. 4) merupakan superposisi dari dua gelombang: satu gelombang menjalar ke arah x positif dengan amplitudo A , dan satunya lagi menjalar ke sumbu x negatif dengan amplitudo B (Young, Freedman dan Ford, 2012). Jika persamaan tersebut diubah ke dalam bentuk sinusoidal, maka akan menjadi

$$\psi(x) = A \sin kx + B \cos kx. \quad (2.6)$$

Dengan mensubstitusi kondisi batas $x = 0$, $\psi(0) = 0$ ke persamaan (2.6), maka konstanta B menjadi 0, sehingga didapatkan persamaan

$$\psi(x) = A \sin kx. \quad (2.7)$$

Kemudian, substitusi $x = L$, $\psi(L) = 0$ ke dalam persamaan (2.7), persamaan tersebut akan menjadi

$$\psi_n(x) = A \sin \frac{n\pi}{L} x, \quad (2.8)$$

dengan nilai k

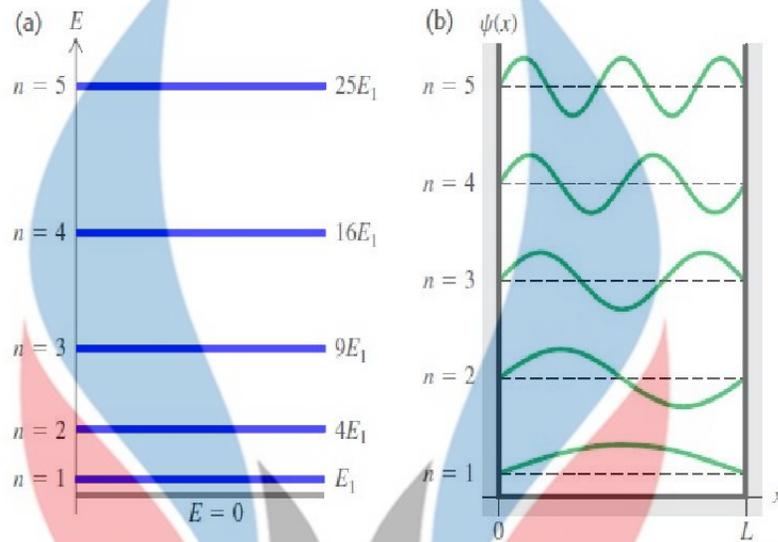
$$k_n = \frac{n\pi}{L}. \quad (2.9)$$

Dengan mensubstitusi persamaan (2.9), dengan (2.5), didapatkan spektrum energi

$$E_n = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2mL^2}. \quad (2.10)$$

dengan $n = 1, 2, 3, \dots$. Pada persamaan (2.10), dapat diketahui bahwa setiap tingkat energi pada partikel yang terperangkap di dalam sumur potensial memiliki nilai energi yang tidak sembarang (diskrit/terkuanta) (Beiser, 2003).

Gambar 2.2a) melukiskan diagram 5 tingkat energi terendah pada partikel di dalam kotak 1 dimensi. Tingkat energi tersebut sebanding dengan bilangan kuantum n^2 . Semakin tinggi tingkatannya, maka jarak dengan energi sebelumnya akan semakin jauh dan semakin jauh. Pada Gambar 2.2b), terlihat bentuk dari fungsi eigen ψ_n pada partikel dengan nilai n dari 1 hingga 5. Fungsi eigen tersebut terlihat sama seperti gelombang berdiri pada senar (Serway dan Jewett, 2014).



Gambar 2. 2 Diagram a) energi dan b) fungsi gelombang partikel di dalam kotak 1 dimensi.

2.2 Hukum-hukum Termodinamika

Hukum-hukum termodinamika berdampak pada kehidupan sehari-hari manusia. Hukum-hukum tersebut menggambarkan konservasi energi, perubahan dari satu ke yang lain, dan mengatur pertukaran panas dan usaha. Dampaknya yang sangat jelas dalam persepsi keseharian masyarakat beragam seperti proses memasak, cuaca harian atau sarana transportasi (Roßnagel, 2016). Hukum 1 termodinamika membahas tentang konservasi energi. Energi tidak dapat diciptakan maupun dimusnahkan, tetapi energi tersebut dapat diubah dari satu bentuk ke bentuk yang lain. Energi internal U merupakan energi sistem yang terikat dengan komponen mikroskopik, seperti atom dan molekul. Energi internal termasuk energi kinetik dari gerak translasi, rotasi, dan vibrasi yang acak suatu molekul (Serway dan Jewett, 2014). Kalor Q merupakan proses perpindahan energi melewati batas dari suatu sistem karena perbedaan suhu antara sistem dan lingkungan. Hukum 1 termodinamika dapat diungkapkan dengan persamaan (2. 11)

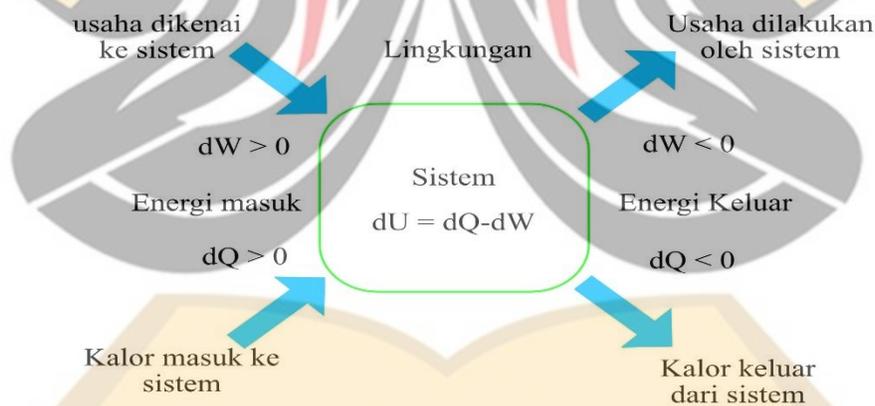
$$dU = dQ - dW, \quad (2. 11)$$

dengan usaha dW merupakan energi yang dipindahkan antara sistem dengan lingkungannya ketika gaya bekerja pada sistem. Usaha W diungkapkan dengan persamaan

$$dW = - \int_{s_i}^{s_f} F_s ds \quad (2.12)$$

Jika ds positif (gas terekspansi), maka dW bernilai negatif. Hal ini karena gaya eksternal berlawanan dengan perpindahan. Nilai dW menjadi positif apabila gas di kompresi (ds bernilai negatif) karena gaya dan perpindahan berada di arah yang sama (Borgnakke Claus dan Sonntag, 2013).

Jika dilihat pada Gambar 2.3, kalor yang masuk ke sistem digunakan untuk menaikkan energi dalam sistem dan diubah ke usaha. Jika kalor dQ bernilai positif, maka kalor tersebut masuk ke sistem karena perbedaan suhu antara lingkungan dengan sistem. Sedangkan apabila kalor dQ bernilai negatif, maka kalor tersebut keluar dari sistem ke lingkungan. Jika usaha bernilai negatif, maka usaha dilakukan oleh sistem ke lingkungan. Jika usaha bernilai positif, maka usaha tersebut dilakukan pada sistem.



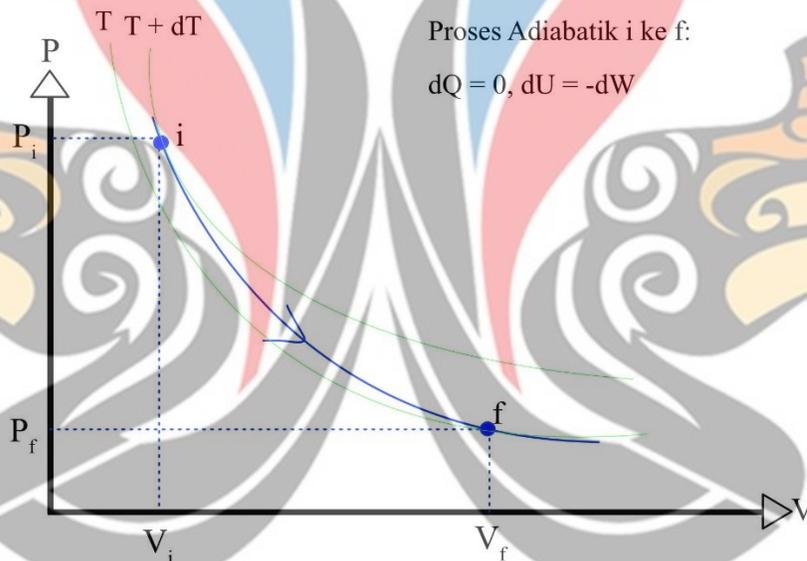
Gambar 2. 3 Model yang mendeskripsikan hukum 1 termodinamika

Hukum kedua termodinamika menjelaskan tentang efisiensi. Kelvin dan Planck mengungkapkan bahwa tidak mungkin untuk membuat suatu piranti yang beroperasi dengan menyerap seluruh kalor dan menjadikan seluruh kalor yang diserap tersebut menjadi usaha. Hukum ketiga menyatakan bahwa pada saat suatu sistem mencapai

suhu 0 mutlak, maka semua proses akan berhenti dan entropi S pada suatu sistem mendekati nilai nol. (Zemansky, 1998).

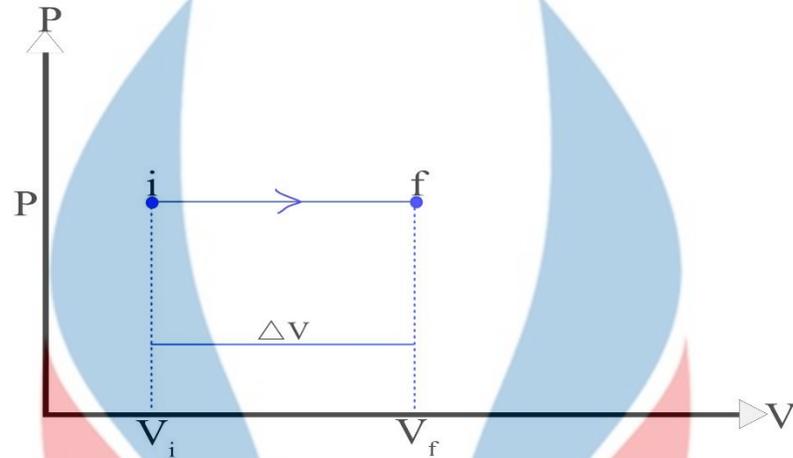
2.3 Siklus Termodinamika

Terdapat 4 proses di dalam ilmu termodinamika, yaitu proses adiabatik, isobarik, isokhorik, isotermik. Dari keempat proses ini, dapat tercipta suatu siklus termodinamik, contohnya siklus Carnot, siklus Otto, siklus Brayton, dan lain sebagainya. Siklus yang menerapkan proses isobarik dan adiabatik ialah siklus Brayton. Siklus ini diterapkan pada mesin turbin gas yang menjadi basis dari pembuatan roket dan pesawat.



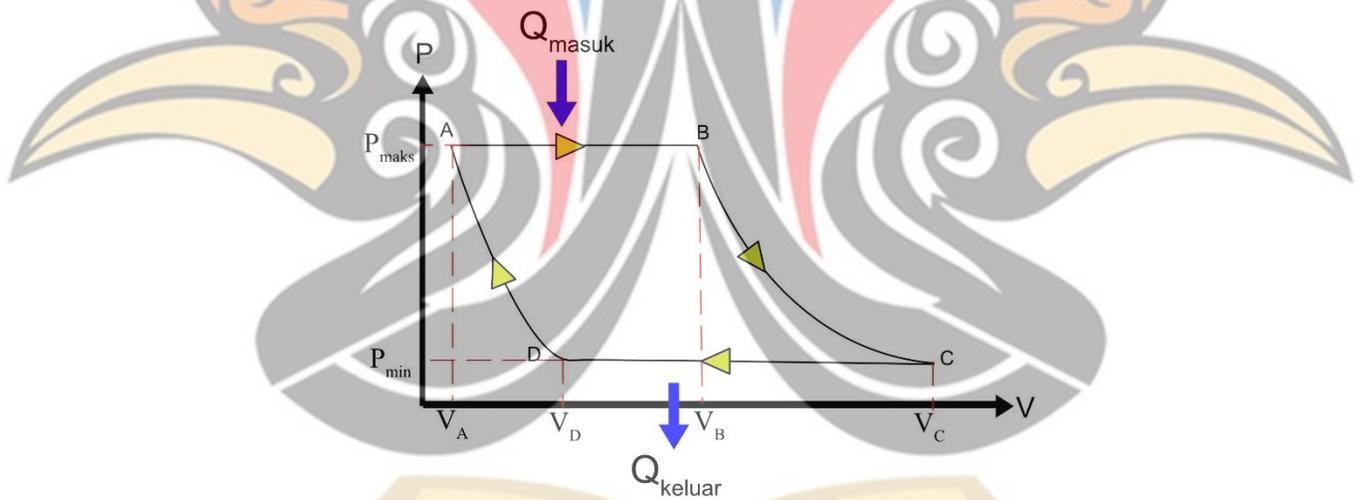
Gambar 2. 4 Grafik proses adiabatik

Proses adiabatik (Gambar 2.4) ditandai dengan tidak adanya kalor yang masuk maupun yang keluar sistem ($dQ = 0$), sehingga usaha yang dilakukan sistem bergantung pada selisih energi internal sistem tersebut ($dU = -dW$) (Zemansky dan Dittman, 1997).



Gambar 2. 5 Grafik proses isobarik

Gambar 2.5 merupakan proses isobarik. Proses ini ditandai dengan sistem mengalami ekspansi atau kompresi dengan tekanan tetap.



Gambar 2. 6 Siklus Brayton

Pada proses D ke A, udara pada tekanan awal P_{\min} dikompres di dalam kompresor. Proses tersebut merupakan proses adiabatik, dengan kalor yang masuk $Q = 0$ (Gambar 2.6). Pada proses kompresi adiabatik, suhu pada gas dinaikkan dengan melakukan usaha pada sistem (bukan dengan cara memanasaknya) sehingga suhu udara yang keluar dari kompresor tersebut sangat panas. Gas panas tersebut kemudian memasuki proses ekspansi isobarik (Proses A ke B). Setelah itu, gas bertekanan tinggi mengalami

ekspansi secara adiabatik untuk menghasilkan usaha (proses B ke C). Pada ekspansi adiabatik, tidak ada kalor yang masuk maupun yang keluar ($dQ = 0$), suhu pada gas menurun dan tekanan jadi berkurang. Tekanan pada gas kembali ke P_{\min} , tetapi gas tersebut masih cukup panas. Gas tersebut melingkupi siklus tersebut dengan memasuki alat yang disebut penukar panas (*heat exchanger*) untuk memindahkan kalor ke cairan yang dingin (proses C ke D). (Knight, 2013)

Efisiensi semua mesin panas dapat dicari dengan persamaan

$$\eta = \frac{W}{Q_{\text{masuk}}} \quad (2.13)$$

dengan usaha W

$$W = Q_{\text{masuk}} - Q_{\text{keluar}} \quad (2.14)$$

Apabila persamaan (2.14) disubstitusikan ke persamaan (2.13), maka didapatkan efisiensi

$$\eta = 1 - \frac{Q_{\text{keluar}}}{Q_{\text{masuk}}} \quad (2.15)$$

Jika melihat ke persamaan (2.15), efisiensi suatu mesin dapat diketahui dengan mengetahui jumlah kalor Q_{keluar} yang keluar dari sistem dan jumlah kalor yang masuk Q_{masuk} ke sistem. Untuk menghitung efisiensi pada siklus Brayton (Gambar 2.6), maka perlu mengetahui jumlah kalor yang masuk ke sistem. Jumlah kalor yang masuk ke sistem

$$Q_{\text{masuk}} = nC_p(T_B - T_A) \quad (2.16)$$

Sedangkan jumlah kalor yang keluar dari sistem ialah

$$Q_{\text{keluar}} = nC_p(T_C - T_D) \quad (2.17)$$

Kemudian persamaan (2.16) dan (2.17) disubstitusikan ke persamaan (2.15) dan didapatkan Q_{masuk} , maka efisiensi mesin ini adalah

$$\eta = 1 - \frac{T_C - T_D}{T_B - T_A} \quad (2.18)$$

Proses dari titik D ke titik A pada Gambar 2.3 merupakan proses adiabatik. Pada kondisi adiabatik, persamaan yang digunakan adalah

$$TP^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = C \quad (2.19)$$

Dengan persamaan (2.19), didapatkan suhu T_D

$$T_D = T_A r_p^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \quad (2.20)$$

Dengan menganggap rasio tekanan r_p

$$r_p^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \frac{P_{maks}^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}}{P_{min}^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}}, \quad (2.21)$$

Persamaan (2.19) digunakan untuk mendapatkan suhu T_C . Substitusi T_D dan T_C ke persamaan (2.18) untuk mendapatkan efisiensi sebesar

$$\eta = 1 - \frac{r_p^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} (T_B - T_A)}{T_B - T_A} \quad (2.22)$$

sehingga menjadi

$$\eta = 1 - \frac{1}{r_p^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \quad (2.23)$$

Berdasarkan persamaan (2.23), efisiensi dari siklus Brayton bergantung pada suhu dan substansi kerjanya. Notasi γ merupakan konstanta Laplace yang nilainya bergantung pada jenis substansinya, yaitu berupa gas monoatomik (contohnya gas He), diatomik (contohnya gas O_2 , H_2), atau gas yang lainnya.

2.4 Energi Relativistik

Ada beberapa konsekuensi dari postulat kedua Einstein, salah satunya dilatasi (pemuluran) waktu. Jika suatu benda bergerak mendekati kecepatan cahaya, maka waktu yang ada pada benda tersebut bergerak sangat lambat.

$$\Delta t = \Gamma(v)\Delta\tau. \quad (2.24)$$

Selang waktu biasa dinotasikan sebagai Δt dan selang waktu wajar dinotasikan sebagai $\Delta\tau$. Notasi Δt merupakan selang waktu yang diamati oleh pengamat yang relatif diam, sedangkan $\Delta\tau$ merupakan selang waktu yang diamati oleh pengamat yang relatif bergerak dengan kecepatan v . Untuk mencari momentum relativistik, maka substitusi persamaan (2.24) ke

$$p = m \frac{\Delta x}{\Delta\tau}. \quad (2.25)$$

Persamaan (2.25) merupakan momentum pada kerangka acuan yang relatif bergerak. Apabila persamaan (2.24) disubstitusi, maka

$$p = m\Gamma(v) \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (2.26)$$

dengan menganggap

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (2.27)$$

maka didapatkan persamaan momentum untuk kondisi benda yang bergerak dengan kecepatan cahaya dan dapat ditulis

$$p = \Gamma(v)mv \quad (2.28)$$

dengan $\Gamma(v)$ adalah faktor Lorentz dan dapat ditulis

$$\Gamma(v) = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \quad (2.29)$$

Apabila persamaan (2.28) dikali dengan c kemudian dikuadratkan, maka persamaan tersebut akan menjadi

$$(pc)^2 = (\Gamma(v)mvc)^2 \quad (2.30)$$

dengan nilai dari faktor Lorentz $\Gamma(v) > 1$. Adanya faktor Lorentz $\Gamma(v)$ pada momentum relativistik yaitu agar hasil dari momentum partikel tersebut sesuai dengan partikel yang bergerak dengan kecepatan $v \ll c$. Untuk menghitung energi relativistik partikel bebas bermassa m yang bergerak dengan kecepatan cahaya, maka persamaan (2. 28) diturunkan terhadap waktu t untuk mendapatkan gaya sebesar

$$F = \Gamma(v)m \frac{dv}{dt} \quad (2. 31)$$

Kemudian, didapatkan energi pada partikel tersebut dapat dinyatakan dengan

$$E = \pm \sqrt{(pc)^2 + (mc^2)^2} \quad (2. 32)$$

Persamaan (2. 32) merupakan persamaan energi relativistik untuk partikel bebas bermassa m dengan kecepatan mendekati c . Apabila suatu partikel memiliki massa yang sangat kecil ($m \ll$), maka persamaan (2. 32) akan menjadi

$$E = pc \quad (2. 33)$$

Contoh partikel yang memiliki massa yang sangat kecil ialah foton dan neutrino.

2.5 Persamaan Klein-Gordon dan Dirac

Apabila suatu partikel bebas bermassa m yang ditinjau bergerak dengan kecepatan cahaya, maka persamaan Schrödinger sudah tidak relevan lagi. Maka dari itu, terdapat persamaan yang dapat mendeskripsikan perilaku partikel bebas bermassa m yang bergerak pada kecepatan cahaya. Jika persamaan (2. 32) dikalikan fungsi φ , maka

$$\hat{H}^2 \varphi = (\hat{p}c)^2 \varphi + (mc^2)^2 \varphi. \quad (2. 33)$$

Dengan energi E dianggap menjadi \hat{p} yang merupakan operator momentum dan apabila dikenakan fungsi φ maka akan menjadi

$$\hat{p}\varphi = -i\hbar\nabla\varphi. \quad (2. 34)$$

Jika operator pada persamaan (2. 34) dikuadratkan, maka dapat dituliskan

$$\hat{p}^2 \varphi = -i\hbar\nabla\hat{p}\varphi. \quad (2. 35)$$

Dengan menganggap $\frac{d}{dt}\varphi$ merupakan fungsi yang baru yaitu $\dot{\varphi}$ dan jika dikenakan dengan operator momentum lagi, maka persamaan (2. 34) berubah menjadi

$$\hat{p}^2\varphi = -\hbar^2\nabla^2\varphi. \quad (2. 36)$$

Jika persamaan (2. 36) disubstitusikan kedalam persamaan (2. 33), maka persamaan tersebut akan menjadi

$$\hat{H}^2\varphi = -\hbar^2c^2\nabla^2\varphi + (mc^2)^2\varphi. \quad (2. 37)$$

Persamaan (2. 37) merupakan persamaan Klein-Gordon untuk partikel bebas bermassa **m** yang bergerak dengan kecepatan cahaya. Jika suatu partikel bermassa sangat kecil, maka persamaan tersebut menjadi

$$\hat{H}^2\varphi = -\hbar^2c^2\nabla^2\varphi \quad (2. 38)$$

Persamaan ini dikemukakan oleh Oscar Klein dan Walter Gordon pada tahun 1926. Awalnya, Schrödinger yang mengemukakan persamaan Klein-Gordon untuk mencari persamaan yang mendeskripsikan gelombang de Broglie dan menerapkannya ke atom hidrogen. Namun, karena persamaan tersebut tidak memperhitungkan *spin* pada elektron, maka Schrödinger mengabaikan persamaan ini dan kemudian diambil alih dan juga dikembangkan oleh Oscar Klein dan Walter Gordon untuk partikel bebas yang bergerak dengan kecepatan mendekati cahaya. Persamaan ini berlaku untuk partikel relativistik yang memiliki *spin* bilangan bulat, contohnya partikel *Higgs-Boson*, foton, fonon, dan sebagainya (Greiner, 1987).

2.6 Gas Ideal

Suatu gas dianggap sebagai gas ideal apabila jumlah molekulnya sangat banyak, jarak antar partikel sangat besar sehingga setiap partikel tidak terjadi interaksi, pergerakannya acak dan memenuhi hukum Newton (Zemansky dan Dittman, 1997). Setiap partikel gas ideal dianggap memiliki bentuk berupa bola pejal yang memiliki volume yang sangat kecil. Persamaan keadaan gas ideal adalah

$$PV = nRT. \quad (2.39)$$

Berdasarkan jumlah atom, gas ideal terbagi menjadi beberapa jenis. Setiap jenis gas memiliki suatu konstanta yang dinamakan konstanta Laplace. Konstanta Laplace merupakan nilai hasil rasio antara kapasitas panas pada tekanan konstan (C_P) dengan kapasitas panas pada volume konstan (C_V) (Zemansky dan Dittman, 1997; Akbar, Latifah dan Wisodo, 2018). Kapasitas panas merupakan sifat fisis suatu materi. Kapasitas panas didefinisikan sebagai jumlah kalor yang diperlukan untuk menaikkan suhu suatu zat sebesar dT . Bentuk formulasi dari C_P adalah

$$C_P = \left(\frac{dQ}{dT} \right)_P. \quad (2.40)$$

Sedangkan bentuk formulasi dari C_V adalah

$$C_V = \left(\frac{dU}{dT} \right)_V \quad (2.41)$$

dengan dQ

$$dQ = C_V dT + PdV. \quad (2.42)$$

Pada proses kuasistatik infinitesimal, persamaan (2.39) menjadi

$$PdV + VdP = nRdT. \quad (2.43)$$

Dengan mensubstitusi persamaan (2.42) ke persamaan (2.43), didapatkan

$$dQ = C_V dT + nRdT - VdP. \quad (2.44)$$

Kemudian persamaan (2.44) dibagi dengan dT dan menghasilkan persamaan

$$\frac{dQ}{dT} = C_V + nR - V \frac{dP}{dT}. \quad (2.45)$$

Pada ruas kiri persamaan (2.45) merupakan bentuk formulasi dari C_P yang terdapat pada persamaan (2.40). Agar suhu pada sistem meningkat, maka tekanan pada sistem dijaga agar tetap konstan ($dP = 0$), sehingga kapasitas panas C_P bernilai

$$C_P = C_V + nR. \quad (2.46)$$

Apabila suatu wadah berisi gas ideal monoatomik dipanaskan dengan suhu tertentu, maka partikel-partikel gas tersebut akan bergerak translasi dengan 3 derajat kebebasan. Energi internal yang dimiliki sistem adalah

$$U = \frac{3}{2}nRT. \quad (2.47)$$

Dengan mengetahui energi internal U , kapasitas panas C_V adalah

$$C_V = \frac{3}{2}nR, \quad (2.48)$$

dan kapasitas panas C_P

$$C_P = \frac{5}{2}nR. \quad (2.49)$$

Setelah mengetahui kapasitas panas C_P dan C_V , konstanta Laplace untuk gas ideal monoatomik yang bergerak translasi adalah

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{5}{3}. \quad (2.50)$$

Formulasi C_P juga bisa didapatkan dari turunan parsial energi bebas Helmholtz (H) terhadap suhu (T), sedangkan C_V didapatkan dari differensial parsial dari energi internal (U) terhadap suhu. Bentuk formulasi matematis dari C_P dapat ditulis

$$C_P = \frac{\partial H}{\partial T} = \frac{\partial(U + PV)}{\partial T}. \quad (2.51)$$

2.7 Fungsi Partisi

Pada sistem mekanika statistik, terdapat fungsi partisi. Fungsi partisi merupakan jumlah dari keadaan partisi suatu sistem. Fungsi ini berisi informasi mengenai energi suatu sistem dan kuantitas termodinamika. Informasi mengenai sifat fisis suatu sistem seperti energi internal, entropi, energi bebas Helmholtz, dan lain-lain dapat diketahui hanya dengan mengetahui fungsi partisi sistem (Blundell dan Blundell, 2010; Akbar, Latifah dan Wisodo, 2018). Bentuk matematis dari fungsi partisi adalah

$$Z(\beta, L) = \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\beta E_n(L)} \quad (2.52)$$

dengan β

$$\beta = \frac{1}{k_B T}. \quad (2.53)$$

Setelah mengetahui fungsi partisi, energi internal yang dimiliki sistem adalah

$$U = \frac{\sum_{n=1}^{\infty} E_n e^{-\beta E_n(L)}}{\sum_{n=1}^{\infty} e^{-\beta E_n(L)}} = -\frac{\partial \ln Z}{\partial \beta}. \quad (2.54)$$

Kemudian, dengan mengetahui fungsi partisi dari sistem, energi bebas Helmholtz akan dapat diketahui. Bentuk matematis dari persamaan Helmholtz adalah

$$H = U + PV = -k_B T \ln Z. \quad (2.55)$$

2.8 Fungsi Distribusi

Dalam fisika statistik, terdapat 3 fungsi distribusi, yaitu fungsi distribusi Maxwell-Boltzmann untuk partikel klasik (seperti gas), Bose-Einstein untuk partikel Boson, dan Fermi-Dirac untuk partikel Dirac (Beiser, 2003). Bentuk formulasi dari distribusi Maxwell Boltzmann adalah

$$f(E, T) = e^{-\frac{E}{k_B T}} \quad (2.56)$$

Sedangkan bentuk formulasi dari distribusi Bose-Einstein adalah

$$f(E, T) = \frac{1}{e^{\frac{E}{k_B T}} - 1} \quad (2.57)$$

Apabila $E \gg k_B T$, bentuk formulasi distribusi Bose-Einstein akan seperti distribusi Maxwell-Boltzmann (Blundell dan Blundell, 2010).

2.9 Mesin Panas Kuantum

Mesin panas kuantum merupakan mesin panas klasik yang diterapkan ke sistem kuantum. Sistem kuantum yang saat ini sering digunakan yaitu sumur potensial tak berhingga (Bender, Brody dan Meister, 2000; Latifah dan Purwanto, 2013; Akbar, Latifah dan Wisodo, 2018; Munoz dan Pena, 2018; Setyo dan Latifah, 2018; Singh, 2019), dan osilator harmonik (Quan, 2009) dengan substansi kerja berupa partikel tunggal relativistik (Akbar, Latifah dan Wisodo, 2018; Setyo dan Latifah, 2018) dan non-relativistik (Latifah dan Purwanto, 2013; Saputra, 2019; Singh, 2019). Mesin panas ini didapatkan dari model analogi termodifikasi hukum pertama termodinamika klasik

yang kemudian diterapkan ke sistem kuantum (Bender, 2000). Karena termodinamika klasik diterapkan ke kuantum, maka beberapa kuantitas termodinamika diubah dan persamaan (2. 11) akan dimodifikasi menjadi

$$\langle \hat{H} \rangle = \sum_{n=1}^N P_n(L) E_n(L). \quad (2. 58)$$

Persamaan (2. 58) merupakan persamaan untuk menghitung energi total partikel (nilai harap Hamiltonian). Apabila persamaan tersebut diturunkan terhadap L, maka didapatkan

$$d \langle \hat{H} \rangle = \sum_{n=1}^N E_n(L) dP_n(L) + \sum_{n=1}^N P_n(L) dE_n(L). \quad (2. 59)$$

Dengan persamaan (2. 59), kalor yang masuk ke sistem dapat dihitung dengan persamaan

$$dQ = \sum_{n=1}^N E_n(L) dP_n(L) \quad (2. 60)$$

dan besar usaha yang dilakukan oleh sistem maupun dikenai ke sistem adalah

$$dW = - \sum_{n=1}^N P_n(L) dE_n(L). \quad (2. 61)$$

Energi pada sistem kuantum bergantung pada lebar sumur. Apabila lebar dinding sumur potensial mengalami perubahan, maka energi pada sistem juga berubah.

2.10 Penelitian Sebelumnya

Berikut ini merupakan hasil penelitian terdahulu yang memiliki keterkaitan dengan penelitian yang telah dilakukan.

Tabel 2. 1 Penelitian sebelumnya mengenai mesin panas kuantum

No	Nama dan	Hasil
----	----------	-------

Tahun Publikasi		
1	C.M. Bender dkk, 2002	Metode: Menganalogikan siklus Carnot klasik ke sistem kuantum dengan menggunakan model sumur potensial tak berhingga 1 dimensi Hasil: Didapatkan persamaan efisiensi siklus Carnot kuantum yang sama dengan siklus Carnot klasik.
2	H.T. Quan, 2007	Metode: Menganalogikan siklus Brayton dan Diesel klasik ke sistem kuantum dengan menggunakan model sumur potensial osilator harmonik 1 dimensi Hasil: Didapatkan persamaan efisiensi siklus Brayton dan Diesel kuantum yang sama dengan siklus Brayton dan Diesel klasik, tetapi dengan konstanta Laplace yang berbeda.
3	E. Latifah dkk, 2013	Metode: Menganalogikan mesin Brayton, Otto, dan Diesel klasik ke sistem kuantum dengan menggunakan model sumur potensial 1 dimensi. Hasil: Pada bagian mesin Brayton, didapatkan persamaan efisiensi mesin Brayton kuantum dengan bergantung pada rasio kompresi.
4	E. Munoz dkk, 2013	Metode: Menganalogikan siklus Brayton klasik ke sistem kuantum dengan menggunakan model partikel fermion yang terjebak di dalam sumur potensial 1 dimensi. Hasil: Diperoleh persamaan efisiensi mesin Brayton kuantum berpartikel Dirac. Efisiensi dengan partikel Dirac lebih tinggi dibandingkan dengan mesin Brayton klasik.
5	Husin dkk, 2015	Metode: Menganalogikan siklus Carnot klasik ke sistem kuantum dengan menggunakan model partikel fermion yang terjebak di dalam sumur potensial 2 dimensi. Hasil: Diperoleh persamaan efisiensi mesin Carnot kuantum 2 dimensi. Efisiensi dengan sistem kuantum 3 dimensi lebih tinggi jika dibandingkan dengan sistem kuantum 1 dimensi, dan versi klasiknya.
6	Sutyanto dkk, 2015	Metode: Menganalogikan siklus Carnot klasik ke sistem kuantum dengan menggunakan model partikel klasik tunggal di dalam sumur potensial 3 dimensi.

		Hasil: Diperoleh persamaan efisiensi mesin Carnot kuantum 3 dimensi. Efisiensi dengan sistem kuantum 3 dimensi lebih tinggi jika dibandingkan dengan sistem kuantum 2 dimensi, 1 dimensi, dan versi klasiknya.
7	M.S. Akbar dkk, 2017	Metode: Menganalogikan siklus Brayton klasik ke sistem kuantum dengan menggunakan model partikel <i>massless</i> Boson di dalam sumur potensial 1 dimensi. Hasil: efisiensi mesin kuantum <i>massless</i> Boson tunggal memiliki efisiensi lebih tinggi dari versi klasiknya tapi lebih rendah dari versi partikel tunggal non-relativistik.
8	Deny dkk, 2018	Metode: Menganalogikan siklus Otto klasik ke sistem kuantum dengan menggunakan model partikel Fermion tunggal di dalam sumur potensial 1 dimensi. Hasil: Diperoleh persamaan efisiensi mesin Otto kuantum 1 dimensi pada kondisi relativistic dan non-relativistik. Efisiensi dengan sistem kuantum pada kondisi non-relativistik lebih tinggi dibandingkan dengan relativistic dan versi klasiknya.
9	S. Singh, 2019	Metode: Menganalogikan siklus Brayton klasik ke sistem kuantum dengan menggunakan model partikel fermion non-relativistik di dalam sumur potensial tak berhingga 1 dimensi. Hasil: didapatkan persamaan efisiensi mesin Brayton kuantum non-relativistik. Efisiensi dengan partikel non-relativistik lebih tinggi dibandingkan dengan versi klasiknya.
10	Yohanes dkk, 2019	Metode: Menganalogikan siklus mesin rangkap (<i>Dual Engine</i>) klasik ke sistem kuantum dengan menggunakan model partikel tunggal di dalam sumur potensial 1 dimensi. Hasil: Diperoleh persamaan efisiensi mesin rangkap kuantum 1 dimensi dengan nilai efisiensi lebih tinggi dari versi klasiknya.
