BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

www.itk.ac.id

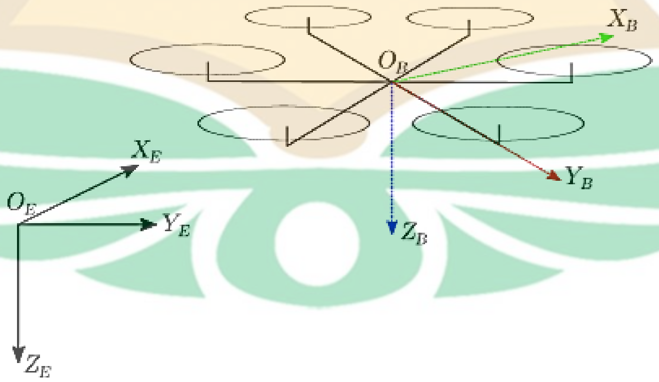
2.1 *Hexacopter*

Hexacopter adalah wahana udara *multirotor* yang memiliki sebuah sistem 6 derajat kebebasan, dinamika yang tidak stabil dan sangat membutuhkan kendali. 6 derajat kebebasan *multirotor* mewakili dari gerak translasi dan rotasi pada sumbu x, y dan z yang dimana gerak translasi dibuat dengan mengbah arah dan besarnya dorongan baling baling dan gerak rotasi dicapai dengan dengan memiringkan vektor dorong yang didapatkan dengan mengubah kecepatan *propeller* secara individual untuk membuat torsi disekitar pusat rotasi (Fogelberg,2013).

UAV memiliki beberapa kemampuan saat bermanuver seperti *Vertical Take Off and Landing* (VTOL), *hover, level flight*, dan melakukan transisi saat *hover* menuju *level flight* (Ferit,2016). *Hexacopter* memiliki keunggulan tersendiri bila dibandingkan dengan *quadcopter*, yang dimana *hexacopter* dapat memuat berat yang lebih banyak (Lighart,2017).

2.2 Koordinat Sistem

Dalam mendeskripsikan sebuah gerakan *hexacopter* digunakan dua koordinat sistem yaitu *earth fixe frame* (referensi koordinat bumi) dan *body fixed frame* (referensi koordinat wahana). Berikut gambar 2.1 ilustrasi koordinat sistem.



Gambar 2. 1 Dua Koordinat Sistem Untuk Mendeskripsikan Gerakan *Hexacopter* (Lindblo,2015)

www.itk.ac.id

Earth fixe frame dilambangkan dengan notasi E pada gambar 2.1 dan merupakan sistem yang menggunakan koordinat NED (*North*, *East*, *Down*). Titik origin *earth fixe Frame* dilambangkan dengan O_E dengan sumbu arah yang dilambangkan dengan X_E, Y_E dan Z_E yang terlihat pada gambar 2.1. Adapun arah dan rotasi vektor *vehicle* terhadap *frame* bumi dengan x, y dan z sebagai arah sumbu vektor *vehicle* dan $\psi, \theta, dan\ \varphi$ sebagai sudut rotasi vektor *vehicle* yang dapat didenisikan sebagai berikut:

$$\xi = [\ x, y, z\ ]^T \tag{2.1}$$

$$\eta = [\ \psi, \theta, \varphi\ ]^T \tag{2.2}$$

(Suiçmez,2014)

body fixed frame dilambangkan dengan notasi B dan titik pusat wahana dilambangan dengan notasi O_B yang ditunjukkan pada gambar 2.1. *Body fixed frame* bergerak relatif terhadap *frame* bumi saat *hexacopter* bergerak, dengan arah gerak kedepan pada sumbu X_B kemudian arah gerak kesamping pada sumbu Y_B dan sumbu Z_B mengacu pada arah gerak keatas atau kebawah. Adapun kecepatan rotasi dan kecepatan translasi *vehicle* terhadap *frame* bodi dengan $p, q,$ dan r sebagai kecepatan rotasi *vehicle* dan $u, v, dan\ w$ sebagai kecepatan translasi *vehicle* yang dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$\omega = [\ p, q, r\ ]^T \tag{2.3}$$

$$V_B = [\ u, v, w\ ]^T \tag{2.4}$$

(Lindblo,2015) (Suiçmez,2014)

2.3 Matrik Rotasi

Sudut *euler* sering digunakan dalam mentransformasi antara koordinat sistem. Transformasi ini diproleh dengan menggunakan matrik rotasi yang terdiri dari sudut *euler*. Penggandaan dari matriks rotasi dan vektor dalam satu sistem koordinat mengubah vektor tersebut ke sistem koordinat lain yang dilakukan antara dua koordinat sistem E dan B (Fogelberg,2013). Matrik rotasi dapat ditemukan

www.itk.ac.id

berdasarkan rotasi terhadap sumbu *x*, *y* dan *z*, dengan notasi *s* sebagai *sin*, *c* sebagai *cos* dan *t* sebagai *tan* sehingga matrik rotasi didapatkan sebagai berikut:

Rotasi sumbu x

$$R_B^E(\varphi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c(\varphi) & -s(\varphi) \\ 0 & s(\varphi) & c(\varphi) \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Rotasi sumbu y

$$R_B^E(\theta) = \begin{bmatrix} c(\theta) & 0 & s(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -s(\theta) & 0 & c(\theta) \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Rotasi sumbu z

$$R_B^E(\psi) = \begin{bmatrix} c(\psi) & -s(\psi) & 0 \\ s(\psi) & c(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

dari ketiga rotasi diatas maka didapatkan transformasi matrik rotasi dari *frame* bodi terhadap *frame* bumi R_B^E sebagai berikut:

$$R_{zyx}(\psi,\theta,\varphi) = R_z(\psi) \cdot R_y(\theta) \cdot R_x(\varphi)$$

$$\begin{bmatrix} c(\theta)c(\psi) & s(\varphi)s(\theta)c(\psi) - c(\varphi)s(\psi) & c(\varphi)s(\theta)c(\psi) + s(\varphi)s(\psi) \\ c(\theta)s(\psi) & s(\varphi)s(\theta)s(\psi) + c(\varphi)c(\psi) & c(\varphi)s(\theta)s(\psi) - s(\varphi)c(\psi) \\ -s(\theta) & s(\varphi)c(\theta) & c(\varphi)c(\theta) \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

untuk mendapatan matriks rotasi *frame* bumi terhadap *frame* bodi dapat men*transpose* matriks R_B^E sehingga transformasi matriks dari *frame* bumi terhadap *frame* bodi dilakukan sesuai dengan berikut:

$$(R_B^E)^{-1} = (R_B^E)^T = R_E^B \quad (2.9)$$

(Fogelberg,2013) (Nugraha ,2017)

2.4 Kinematika *Hexacopter*

Setelah didapatkan matrik transformasi maka dapat ditemukan persamaan kinematika kecepatan translasi *vehicle* terhadap *frame* bumi V_E sebagai berikut:

$$V_E = R_B^E V_B \quad (2.10)$$

$$V_E = \dot{\xi} = [\dot{x}\ \dot{y}\ \dot{z}]^T \quad (2.11)$$

$$\dot{\xi} = R_B^E V_B \quad (2.12)$$

www.itk.ac.id

sehingga didapatkan persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= w[s(\varphi)s(\psi) + c(\varphi)s(\theta)c(\psi)] - v[c(\varphi)s(\psi) - s(\varphi)s(\theta)c(\psi)] + \\ &\quad u[c(\theta)c(\psi)] \\ \dot{y} &= v[c(\varphi)c(\psi) + s(\varphi)s(\theta)s(\psi)] - w[s(\varphi)c(\psi) - c(\varphi)s(\theta)s(\psi)] + \\ &\quad u[c(\theta)s(\psi)] \\ \dot{z} &= w[c(\varphi)c(\theta)] + v[s(\varphi)c(\theta)] - u[s(\theta)] \end{aligned} \quad (2.13)$$

dengan menggunakan matrik transformasi sudut *angular* yang didefinisikan L_R^{-1} maka didapatkan:

$$L_R^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & s(\varphi)t(\theta) & c(\varphi)t(\theta) \\ 0 & c(\varphi) & -s(\varphi) \\ 0 & \frac{s(\varphi)}{c(\theta)} & \frac{c(\varphi)}{c(\theta)} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

sehingga didapatkan persamaan kinematika kecepatan sudut sebagai berikut:

$$\dot{\eta} = L_R^{-1}\ \omega \quad (2.15)$$

dimana $\dot{\eta} = [\dot{\varphi}\ \dot{\theta}\ \dot{\psi}]^{\mathrm{T}}$ dan $\omega = [\,p, q, r\,]^{\mathrm{T}}$ maka didapatkan:

$$\begin{cases} \dot{\varphi} = p + q[s(\varphi)t(\theta)] + r[c(\varphi)t(\theta)] \\ \dot{\theta} = q[c(\varphi)] - r[s(\varphi)] \\ \dot{\psi} = p\left[\frac{s(\varphi)}{c(\theta)}\right] + r\left[\frac{c(\varphi)}{c(\theta)}\right] \end{cases} \quad (2.16)$$

www.itk.ac.id

2.5 Gaya dan Momen Eksternal

Bagian ini akan membahas gaya gaya yang bekerja pada sistem yang dijelaskan pada sub bab berikut.

2.5.1 Gaya Gravitasi

Gaya gravitasi yang terjadi diasumsikan konstan maka gaya gravitasi dengan notasi m sebagai massa dari *hexacopter* dan g sebagai nilai gravitasi yaitu 9.81 m/s^2 dapat ditulis sebagai berikut:

$$F_{grav,E} = -m \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} \tag{2.17}$$

dengan menggunakan matriks transformasi R_E^B diproleh gaya gravitasi yang diekspresikan dalam F_B, $F_{grav,B}$ dapat ditulis sebagai berikut:

$$F_{grav,B} = -R_E^B\, m \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} \tag{2.18}$$

(Suiçmez,2014)

2.5.2 Gaya Total

Gaya total yang dihasilkan oleh sistem *propeller hexacopter* dijadikan sebagai *input* U_1. Maka gaya total *hexacopter* dalam F_B, $F_{prop,B}$ dapat ditulis sebagai berikut:

$$F_{prop,B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ U_1 \end{bmatrix} \tag{2.19}$$

2.5.3 Gaya *Drag*

Efek gaya *drag* aerodinamika dianggap terjadi hanya pada dinamika translasi. Gaya *drag* aerodinamika dapat diekspresikan sebagai berikut:

$$F_{aero,B} = -K_t V_B = -K_t \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \tag{2.20}$$

www.itk.ac.id

K_t adalah suatu nilai konstan dan V_B adalah kecepatan translasi.

(Suiçmez,2014)

2.5.4 Aktuator *Hexacopter*

Dalam menciptakan torsi disekitar sumbu x, y, z dilakukan pengaturan kecepatan pada keenam motor *vehicle* dan dengan demikian menciptakan rotasi *roll*, *pitch*, dan *yaw*. Torsi adalah gaya yang diikalikan dengan jarak motor ke sumbu putar. Gaya total dorong pada sumbu z bergantung pada jumlah kecepatan baling baling yang mempengaruhi gaya dorong ke atas. Berdasarkan hal tersebut maka dapat diberikan persamaan gaya total ke atas pada sumbu z dan torsi pada ketiga sumbu rotasi sebagai berikut:

$$\begin{aligned} F_{thrust} &= f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 + f_6 \\ \tau_{pitch} &= bl\frac{\sqrt{3}}{2}(-\Omega_1^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2 - \Omega_6^2) \\ \tau_{roll} &= bl(\tfrac{1}{2}(-\Omega_1^2 - \Omega_3^2 + \Omega_4^2 - \Omega_6^2) - \Omega_2^2 - \Omega_5^2) \\ \tau_{yaw} &= d(-\Omega_1^2 + \Omega_2^2 - \Omega_3^2 + \Omega_4^2 - \Omega_5^2 + \Omega_6^2) \end{aligned} \tag{2.21}$$

dimana l adalah panjang jarak antara setiap motor terhadap titik sumbu rotasi, d adalah *drag factor*, f_t *adalah* total gaya keatas, τ_{xyz} adalah torsi untuk gerak terhadap sumbu x, y dan z dan Ω adalah kecepatan putar. Adapun perkalian konstanta b dengan Ω_i^2 menghasilkan thrust (Fogelberg,2013).

2.6 Model Dinamika *Nonlinear*

Bagian ini model dinamika *nonlinear* akan diproleh dengan menggunakan hukum newton untuk gerak translasi dan rotasi yang dapat diperoleh masing-masing sebagai berikut:

www.itk.ac.id

$$\sum F_{eks} = m\dot{V}_B + \omega_B \times mV_B \tag{2.22}$$

$$\sum M_{eks} = J\dot{\omega}_B + \omega_B \times (J\omega) \tag{2.23}$$

www.itk.ac.id

dimana $M_{eks} = \left[\tau_x\ \tau_y\ \tau_z\right]^T \in \mathbb{R}^3$ adalah total torsi dan $\omega_B = [\ p, q, r\ ]^T$ adalah kecepatan sudut dan $\times$ adalah perkalian cross dan $V_B = [\ u, v, w\ ]^T$ adalah kecepatan translasi dan J merupakan matriks inersia diagonal seperti berikut:

$$J = \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^3 \tag{2.24}$$

$\sum F_{eks}$ dan M_{eks} adalah gaya dan torsi yang bekerja pada bodi *hexacopter* yang dimana $\sum F_{eks}$ dan $\sum M_{eks}$ dapat diekspresikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \sum F_{eks} &= F_{grav,B} + F_{prop,B} + F_{aero,B} \\ \sum M_{eks} &= \left[\tau_x\ \tau_y\ \tau_z\right]^T \in \mathbb{R}^3 \end{aligned} \tag{2.25}$$

sehingga dengan menggunakan persamaan (2.25) maka didapatkan:

$$\begin{cases} mg[s(\theta)] - K_t u = m(\dot{u} + qw - rv) \\ -mg[c(\theta)s(\varphi)] - K_t v = m(\dot{v} - pw + ru) \\ -mg[c(\theta)c(\varphi)] - K_t w + U_1 = m(\dot{w} + pv - qu) \\ \tau_x = \dot{p}I_x - qrI_y + qrI_z \\ \tau_y = \dot{q}I_y + prI_x - prI_z \\ \tau_z = \dot{r}I_z - pqI_x + pqI_y \end{cases} \tag{2.26}$$

vektor *state* dapat diwakili pada persamaan berikut:

$$\boldsymbol{x} = [\varphi \quad \theta \quad \psi \quad p \quad q \quad r \quad u \quad v \quad w \quad x \quad y \quad z]^T \in \mathbb{R}^{12} \tag{2.27}$$

fungsi *state-space* didapatkanlah sebagai berikut:

www.itk.ac.id

$$
\begin{cases}
\dot{\varphi} = p + q[s(\varphi)t(\theta)] + r[c(\varphi)t(\theta)] \\
\dot{\theta} = q[c(\varphi)] - r[s(\varphi)] \\
\dot{\psi} = p\left[\frac{s(\varphi)}{c(\theta)}\right] + r\left[\frac{c(\varphi)}{c(\theta)}\right] \\
\dot{p} = \frac{\tau_x}{I_x} + qr\frac{I_y - I_z}{I_x} \\
\dot{q} = \frac{\tau_y}{I_y} + pr\frac{I_z - I_x}{I_y} \\
\dot{r} = \frac{\tau_z}{I_z} + pq\frac{I_x - I_y}{I_z} \\
\dot{u} = rv - qw + g[s(\theta)] - \frac{K_t u}{m} \\
\dot{v} = pw - ru - g[c(\theta)s(\varphi)] - \frac{K_t u}{m} \\
w = qu - pv - g[c(\theta)c(\varphi)] + \frac{f_t - K_t u}{m} \\
\dot{x} = w[s(\varphi)s(\psi) + c(\varphi)s(\theta)c(\psi)] - v[c(\varphi)s(\psi) - s(\varphi)s(\theta)c(\psi)] + u[c(\theta)c(\psi)] \\
\dot{y} = v[c(\varphi)c(\psi) + s(\varphi)s(\theta)s(\psi)] - w[s(\varphi)c(\psi) - c(\varphi)s(\theta)s(\psi)] + u[c(\theta)s(\psi)] \\
\dot{z} = w[c(\varphi)c(\theta)] + v[s(\varphi)c(\theta)] - u[s(\theta)]
\end{cases}
\tag{2.28}
$$

(Suiçmez,2014)

model dinamis *hexacopter* terhadap *frame* bumi dengan beberapa asumsi yang dimana *frame hexacopter* memiliki *body rigid* dan simetris maka didapatkan dinamika gerak translasi berdasarkan hukum Newton II yaitu:

$$\sum F = m\ddot{\xi} \tag{2.29}$$

$$R_B^E U_T + F_g Z_g = m\ddot{\xi} \tag{2.30}$$

m adalah massa dari *hexacopter*, U_T adalah vector gaya translasi yang dinyatakan sebagaimana persamaan (2.31) dengan $U_1 = f_t$ adalah gaya dorong total dan F_g adalah gaya gravitasi yang dinyatakan sebagai persamaan (2.32) berikut:

$$U_T = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ U_1 \end{bmatrix} \tag{2.31}$$

$$F_g = -mg \tag{2.32}$$

www.itk.ac.id

$$Z_g = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{2.33}$$

www.itk.ac.id

dengan mensubtitusi persamaan (2.31 – 2.33) ke dalam persamaan (2.30) diperoleh persamaan dinamika gerak translasi sebagai berikut:

$$\begin{cases} \ddot{x} = -\dfrac{f_t}{m}[s(\varphi)s(\psi) + c(\varphi)c(\psi)s(\theta)] \\ \ddot{y} = -\dfrac{f_t}{m}[c(\varphi)s(\psi)s(\theta) - s(\varphi)c(\psi)] \\ \ddot{z} = -g + \dfrac{f_t}{m}[c(\varphi)c(\theta)] \end{cases} \tag{2.34}$$

(Hamdani, 2017)

penyederhanaan model dinamika rotasi dapat dilakukan dengan membuat $[\dot{\varphi}\ \dot{\theta}\ \dot{\psi}]^T = [p\ q\ r]^T$. Dengan asumsi gangguan untuk sudut pergerakan kecil dan gangguan dari kondisi *hover* kecil. Sehingga model dinamika rotasi dapat dihubungkan sebagai berikut:

$$\begin{cases} \ddot{x} = -\dfrac{f_t}{m}[s(\varphi)s(\psi) + c(\varphi)c(\psi)s(\theta)] \\ \ddot{y} = -\dfrac{f_t}{m}[c(\varphi)s(\psi)s(\theta) - s(\varphi)c(\psi)] \\ \ddot{z} = -g + \dfrac{f_t}{m}[c(\varphi)c(\theta)] \\ \ddot{\varphi} = \dfrac{I_y - I_z}{I_x}\dot{\theta}\dot{\psi} + \dfrac{\tau_x}{I_x} \\ \ddot{\theta} = \dfrac{I_z - I_x}{I_y}\dot{\varphi}\dot{\psi} + \dfrac{\tau_y}{I_y} \\ \ddot{\psi} = \dfrac{I_x - I_y}{I_z}\dot{\varphi}\dot{\theta} + \dfrac{\tau_z}{I_z} \end{cases} \tag{2.35}$$

(Suiçmez,2014)

www.itk.ac.id

2.7 *Linearisasi*

Titik ekuilibrium merupakan titik dimana perubahan *state* dari sistem bernilai nol. Sistem *nonlinear* memiliki titik ekuilibrium lebih dari satu, tidak seperti sistem yang *linear*. Dalam mengatasi sistem yang mempunyai sifat sistem yang *nonlinear* secara matematis tidaklah mudah, sehingga dilakukannya metode *linearisasi* pada sistem untuk menyelesaikan permasalahan *nonlinearitas* dengan melakukan pendekatan kedalam daerah tertentu, dengan *linearisasi* dilakukan dengan mengasumsikan osilasi atau pergerakan *hexacopter* yang kecil. Sehingga model sistem diekspresikan pada persamaan berikut:

$$\left\{\begin{array}{l}
\dot{\varphi} \approx p + q\varphi\theta + r\theta \\
\dot{\theta} \approx q - r\varphi \\
\dot{\psi} \approx p\varphi + r \\
\dot{p} \approx \dfrac{\tau_x}{I_x} + qr\dfrac{I_y - I_z}{I_x} \\
\dot{q} \approx \dfrac{\tau_y}{I_y} + pr\dfrac{I_z - I_x}{I_y} \\
\dot{r} \approx \dfrac{\tau_z}{I_z} + pq\dfrac{I_x - I_y}{I_z} \\
\dot{u} \approx rv - qw + g[s(\theta)] - \dfrac{K_t u}{m} \\
\dot{v} \approx pw - ru - g[c(\theta)s(\varphi)] - \dfrac{K_t u}{m} \\
w \approx \ qu - pv - g[c(\theta)c(\varphi)] + \dfrac{f_t - K_t u}{m} \\
\dot{x} \approx \ w(\varphi + \theta) - v(\psi - \varphi\psi) + u \\
\dot{y} \approx v(1 + \varphi\theta\psi) - w(\varphi - \theta\psi) + u\psi \\
\dot{z} \approx w + v\varphi \ - u\theta
\end{array}\right. \tag{2.36}$$

atau dapat ditulis dengan:

$$\dot{x} = f(x, u) \tag{2.37}$$

dimana $u = [f_t \ \tau_x \ \tau_y \ \tau_z]^T \in \mathbb{R}^4$ adalah gaya dan torsi input sistem. Dalam melakukan *linearisasi* titik *equilibrium* diperlukan dimana titik titik *equilibrium* sebagai berikut:

www.itk.ac.id

$$\bar{\boldsymbol{x}} = [0 \;\; 0 \;\; 0 \;\; 0 \;\; 0 \;\; 0 \;\; 0 \;\; 0 \;\; 0 \;\; \bar{\mathrm{x}} \;\; \bar{\mathrm{y}} \;\; \bar{\mathrm{z}}]^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^{12} \tag{2.38}$$

www.itk.ac.id

dengan nilai *input* konstan sebagai berikut:

$$\bar{\boldsymbol{u}} = [mg \;\; 0 \;\; 0 \;\; 0 \;]^{T} \in \mathbb{R}^{4} \tag{2.39}$$

maka didapatkan matriks sistem *linear* yang ditunjukan seperti berikut:

$$A = \frac{\partial f(\mathrm{x},\mathrm{u})}{\partial \mathrm{x}}\bigg|_{\substack{\mathrm{x} = \bar{\mathrm{x}} = \\ \mathrm{u} = \bar{\mathrm{u}}}} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & g & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -g & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{2.40}$$

$$B = \frac{\partial \mathrm{f}(x,u)}{\partial x}\bigg|_{\substack{x = \bar{x} = \\ u = \bar{u}}} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\mathbf{I_x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/\mathbf{I_y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/\mathbf{I_z} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/\mathrm{m} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{2.41}$$

dengan gangguan dianggap 0 maka:

$$d = [0\,0\,0\,0\,0\,0]^{\mathrm{T}} \tag{2.42}$$

www.itk.ac.id

www.itk.ac.id

$$D = \frac{\partial \mathrm{f}(x,u)}{\partial x}\bigg|_{\substack{x=\bar{x}\\ u=\bar{u}}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/\mathrm{I_x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/\mathrm{I_y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/\mathrm{I_z} \\ 1/\mathrm{m} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\mathrm{m} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/\mathrm{m} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{2.43}$$

dinamika sistem *linier* dapat direpresentasikan sebagai berikut dengan A adalah matriks sistem dan B adalah matriks input dengan x adalah variabel keadaan sistem dan u adalah variabel input:

$$\dot{x} = A \cdot x + B \cdot u + D \cdot d = A \cdot x + B \cdot u \tag{2.44}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \dot{\varphi} &= p \\ \dot{\theta} &= q \\ \dot{\psi} &= r \\ \dot{p} &= \frac{\tau_x}{I_x} \\ \dot{q} &= \frac{\tau_y}{I_y} \\ \dot{r} &= \frac{\tau_z}{I_z} \\ \dot{u} &= g\theta - \frac{K_t u}{m} \\ \dot{v} &= -g\varphi - \frac{K_t u}{m} \\ \dot{w} &= \frac{f_t - K_t u}{m} \\ \dot{x} &= u \\ \dot{y} &= v \\ \dot{z} &= w \end{aligned} \right. \tag{2.45}$$

(Sabatino, 2015)

2.8 *Algorithm of Innovative Gunner* (AIG)

Algorithm of Innovative Gunner (AIG) merupakan metode baru optimalisasi *metaheuristic* yang terinspirasi dari pemilihan parameter sudut artileri dalam mengirim tembakan secara presisi ke target. Menggunakan metode *metaheuristic* untuk kasus balistik dapat diperlakukan sebagai uji keefektifan metode ini. Sebuah penembak dan kemampuan menembak dengan memilih sudut dalam setiap proses iterasi dengan hasil yang terbaik akan diproleh dengan menggunakan dua faktor sudut koreksi dengan fungsi sudut g_1 dan g_2 dengan bentuk spesifik yang sama, maka digunakan persamaan dalam memperbarui solusi sebagai berikut:

$$\mathrm{x}_1^{(i+1)} = \mathrm{x}_1^{i}.\mathrm{g}(\xi_1).\mathrm{g}(\xi_2). \tag{2.46}$$

x_1^i adalah solusi berupa peluru dan variable sudut $\xi_1 dan\, \xi_2$ tidak berkaitan dengan teori fisika dari sudut balistik dan penggunaan dua sudut ini lebih memiliki hasil efisiensi komputasi yang tinggi dan bagaimanapun kedua sudut $\xi_1 = \alpha$ dan $\xi_2 = \beta$ dipilih secara acak dalam proses pemilihan dalam rentang (-$\alpha_{max}, \alpha_{max}$) dan (-$\beta_{max}, \beta_{max}$). pemilihan sudut g_α dan g_β sangatlah penting, maka dengan asumsi yang sama untuk sudut β dan α maka fungsi sudut dipilih sebagai berikut:

$$g(\alpha) = csc(\alpha) = (\,cos(\alpha))^{-1}\; for\; \alpha > 0 \tag{2.47}$$

$$g(\alpha) = cos(\alpha)\; for\;\; \alpha \;\leq 0, \tag{2.48}$$

dan

$$g(\beta) = csc(\beta) = (\,cos(\beta))^{-1}\; for\; \beta > 0 \tag{2.49}$$

$$g(\beta) = cos(\beta)\; for\;\; \beta \;\leq 0, \tag{2.50}$$

Adapun tabel *Pseudocode* Algoritma AIG sebagai berikut:

Tabel 2. 1 *Pseudocode* Algoritma AIG

(1) Start
(2) Inisialisasi nilai komponen vektor dimana m sebagai ukuran solusi dan n sebagai jumlah variabel $[x_m^0] = [x_{m1}^0, x_{m2}^0 \dots\dots x_{mn}^0]$
(3) Tentukan nilai fungsi objektif untuk vektor awal $\mathrm{F}_{obj}(x_m^0)$, $\mathrm{F}_{obj\_best} = min\;\; \mathrm{F}_{obj}(x_m^0)$

(4) Tentukan jumlah iterasi i=1
(5) Tentukan nilai kedua sudut koreksi dengan persamaan (2.46 - 2.49)
(6) Hitung vektor keputusan atau solusi dengan nilai sudut koreksi

$$x_{m,n}^{(i+1)} = x_{m,n}^{(i)}.\, g(\alpha_{mn}^{(i)})g(\beta_{mn}^{(i)})$$

(7) Tentukan nilai fungsi objektif $\mathrm{F}_{obj}(\, x_m^{(i+1)})$

$$\mathrm{F}_{obj}\left(\, x_q^{(i+1)}\right) = \min\, [\mathrm{F}_{obj}(\, x_m^{(i+1)})]$$

10 Jika $\mathrm{F}_{obj}\left(\, x_q^{(i+1)}\right) < \mathrm{F}_{obj\_best}$ maka substitusi $\mathrm{F}_{obj\_best} = \mathrm{F}_{obj}\left(\, x_q^{(i+1)}\right) dan\ \mathrm{x}_{best} = x_q^{(i+1)}$
11 Jika kondisi $\mathrm{i} + 1 = \mathrm{i}_{max}$ maka keadaan end (step 12), jika tidak kembali ke langkah 5
12 *End*

*)Pijarski,2019

2.9 *Particle Swarm Optimization*

Particle Swarm Optimization (PSO) adalah metode meta-heuristik yang terinspirasi dari alam yaitu perilaku dari kelompok seekor burung, dalam mencari solusi optimal secara *global*. Pada kecepatan dan posisi dari partikel diperbarui berdasarkan dari pengalaman pribadi dan sosial. Posisi partikel x_{i1} dapat diwakili sebagai berikut:

$$x_i = x_{i1}, x_{i2}, x_{in} \tag{2.50}$$

dan kecepatan partikel v_i dapat diwakili sebagai berikut:

$$v_i = v_{i1}, v_{i2}, v_{in} \tag{2.51}$$

setiap partikel memiliki memori lokal (p*Best*) yang menjaga posisi terbaiknya dan memori ini akan dibagikan secara *global* (g*Best*) untuk menjaga posisi *global* terbaiknya yang ditemukan. Hasil ini berpengaruh pada kecepatan terbang setiap partikel dimana menggunakan persamaan berikut:

$$\mathrm{v_i} = \omega \times \mathrm{v_i} + \varphi_1 \times \mathrm{rand} \times (\mathrm{p}Best_\mathrm{i} - \mathrm{x_i}) + \varphi_2 \times \mathrm{rand} \times (\mathrm{g}Best_\mathrm{i} - \mathrm{x_i}) \tag{2.52}$$

www.itk.ac.id

dimana rand adalah variabel random antara [0 1], $\varphi_1$dan φ_2 adalah koefisien percepatan dan ω adalah berat partikel. Adapun persamaan *update* posisi sebagai berikut:

$$x_i = v_i + x_i \tag{2.53}$$

(Asta, 2012)

dengan v adalah kecepatan partikel dan x adalah posisi solusi dengan ω dicari sebagai berikut:

$$\omega = \frac{2}{\left(2-(\varphi)-\sqrt{\varphi^2-4\varphi}\right)} \tag{2.54}$$

dimana $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$. Adapun *pseudocode* PSO sebagai berikut.

Tabel 2. 2 *Pseudecode Particle Swarm Optimization*

1. *Start*
2. *Initialize parameter*
3. *Initialize random solusi*
4. *initialize* φ_1, φ_2, r_1, r_2, ω, $iterasi\ max$, and *stop condition*
5. *menghitung nilai fitness partikel*
6. memperbarui nilai Pbest fitness
7. menentukan Gbest dari Pbest terbaik semua partikel
8. update kecepatan untuk tiap partikel
9. update posisi untuk tiap partikel
10. kondisi terpenuhi, jika tidak kembali ke Langkah 5
11. *End*

*)Robandi,2019

2.10 Momen Inersia

Perlu diketahui bahwa nilai dari momen inersia dari suatu benda tertentu memiliki nilai yang berbanding lurus dengan kuadrat jarak sumbu putarnya dan massa benda tersebut serta memon inerisa sangat bergantung pada jarak benda dari sumbu. Adapun persamaan momen inersia pada sebuah batang tegar homogen yang diputar pada sumbu ditengah batang maka momen inersia dapat dihitung menggunakan persamaan berikut:

$$I = \frac{1}{12}ML^2 \qquad (2.55)$$

www.itk.ac.id

adapun momen inersia sebuah titik atau partikel yang berotasi terhadap sumbu yang berjarak r dari sumbu rotasi dengan m adalah massa benda maka momen inersianya memenuhi persamaan berikut:

$$I = mr^2 \qquad (2.56)$$

(Rosyid, 2015)

untuk mengetahui nilai rotasi inersia dari suatu benda terhadap sumbu tertentu yang sumbunya parallel terhadap pusat massa benda yang dimana telah diketahui momen inersia I_m benda tersebut maka dengan h adalah jarak dari poros putar baru ke pusat massa benda dan M adalah massa benda maka dapat dicari menggunakan persamaan berikut:

$$I = I_m + Mh^2 \qquad (2.57)$$

jika sebuah sistem mengandung sejumlah partikel maka momen inerisa total I sistem tersebut adalah jumlah momen inersia masing masing partikel atau dapat ditulis sebagai berikut:

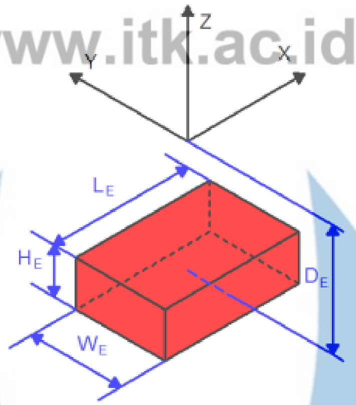
$$I = I_1 + I_2 + \ldots + I_n$$

$$I = \sum_{i=1}^{n} I_i \qquad (2.58)$$

(Abdullah, 2016)

momen inersia suatu balok dengan memiliki panjang L, lebar W, tinggi H, M adalah massa M dan D_E adalah tinggi pusat massa ke titik sumbu putar dan diputar pada tiga buah sumbu putar seperti gambar 2.2 berikut.

www.itk.ac.id



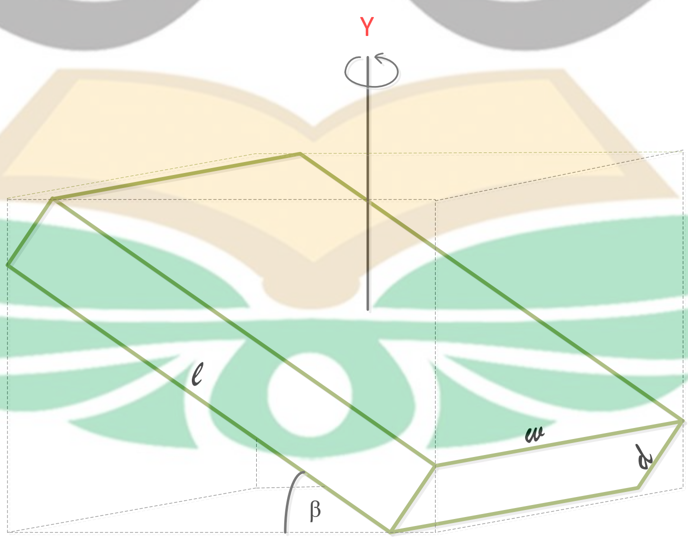
Gambar 2. 2 Balok (Bresciani,2008)

Momen inersia balok dapat dihitung dengan persamaan berikut:

$$Ix = \frac{1}{12}M({W_E}^2 + {H_E}^2) + M{D_E}^2$$
$$Iy = \frac{1}{12}M({L_E}^2 + {H_E}^2) + M{D_E}^2 \quad (2.59)$$
$$Iz = \frac{1}{12}M({L_E}^2 + {W_E}^2) + M{D_E}^2$$

(Bresciani,2008)

adapun momen inersia balok miring dengan poros di sumbu y dengan membentuk sudut seperti gambar berikut.



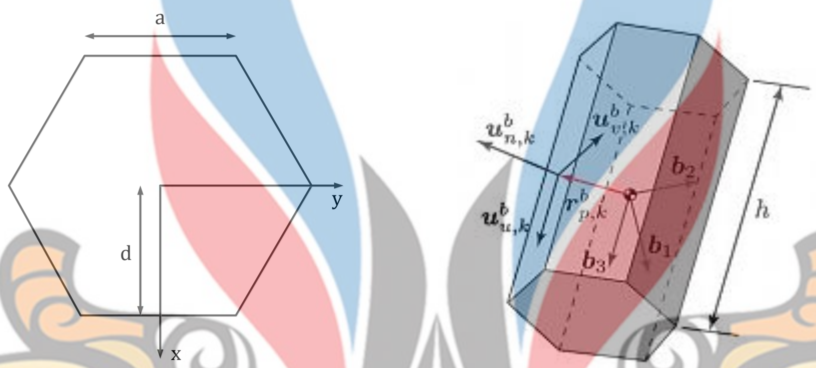
Gambar 2. 3 Balok Dengan Posisi Serong (Panagopoulos,2015)

l adalah Panjang, β adalah sudut, d tinggi dan w adalah lebar maka persamaan momen inersia dapat ditulis sebagai berikut:

$$I = \frac{1}{12} m(l^2 cos^2\beta + d^2 sin^2\beta + w^2) \tag{2.60}$$

(Panagopoulos,2015)

adapun momen inersia balok segi enam dengan poros dipusat balok sebagai berikut.



Gambar 2. 4 Balok Segi Enam (zanetti,2018)

h adalah tinggi, d adalah jarak pusat massa ke sisi permukaan, a adalah sisi segi enam, b1, b2 dan b3 adalah sumbu putar di pusat massa maka momen inersianya dapat dihitung dengan persamaan berikut:

$$I_{px} = I_{py} = \frac{a^2}{6} + \frac{d^2}{4} + \frac{h^2}{12} \tag{2.61}$$

$$I_{py} = \frac{a^2}{6} + \frac{d^2}{4} \tag{2.62}$$

(zanetti,2018)

2.11 *Mean Absolute Error*

Salah satu metode untuk mengevaluasi selisih antara nilai yang dinginkan dengan nilai yang didapatkan adalah dengan menggunakan perhitungan *Mean Absolute Error*. MAE dapat dituliskan pada persamaan (2.63) berikut:

www.itk.ac.id

$$MAE = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}|e_i| \qquad (2.63)$$

www.itk.ac.id

n adalah jumlah sampel data, dan $|e_i|$ adalah nilai mutlak dari selisih antara nlai yang dinginkan dengan nilai aktual (Chai, 2014).

2.12 Estimasi Posisi

Ada benda yang bergerak cepat untuk berpindah posisi dan ada pula yang bergerak lambat, besaran kecepatan menunjukkan seberapa cepat benda berpindah yang dimana didapatkan dengan perbandingan jarak berpindah dan lama waktu untuk melakukan perpindahan yang dimana dapat didefiniskan sebagai berikut:

$$v = \frac{\Delta r_{21}}{\Delta t_{21}} \qquad (2.64)$$

r_1 adalah jarak awal benda dan r_2 jarak kedua benda dan t_{12} adalah waktu tempuh awal dan kedua. Dengan menggunakan persamaan (2.64) maka persamaan untuk jarak yang ditempuh atau estimasi posisi didapat sebagai berikut:

$$x_n = x_{n-1} + v_x^n(t_n - t_{n-1}) \qquad (2.65)$$

x_n adalah r_1 dan x_{n-1} adalah r_2 dan $t_n - t_{n-1}$ adalah t_{12} (Abdullah, 2016) (Indrawati, 2015).

www.itk.ac.id

2.13 Posisi Penelitian

www.itk.ac.id

Posisi penelitian yang berkaitan dengan penelitian ini yang dilakukan sebagai gambaran utama dalam tugas akhir yang akan dilakukan dapat ditunjukkan pada tabel 2.3 berikut:

Tabel 2. 3 Posisi Penelitian

No	Nama Penulis dan Tahun Publikasi	Judul Penelitian	Hasil
1.	Chalidia Nurin Hamdani (2017)	Perancangan *Autonomous Vtol* Pada *Quadcopter* Dengan Menggunakan *Feedback Linear ization* Dan *Fuzzy Takagisugeno*	*Control pada* pada gerak vertikal dengan menggunakan *controller fuzzy* mampu membuat respon *VTOL quadcopter* mengikuti sinyal referensi yang diberikan serta *error* jalur yang kecil.
2.	SimonLindblom (2017)	*Modelling and Control of a hexarotor UAV*	Formulasi MPC untuk mencakup pelacakan referensi, penilaian membuktikan bahwa model tersebut layak tetapi membutuhkan evaluasi yang lebih ketat untuk menjamin kinerja yang baik. Pengontrol MPC menunjukkan kinerja yang menjanjikan dibandingkan dengan pengontrol lain dengan respon *tracking* yang lebih baik.
3	Johan Fogelberg (2013)	*Navigation and Autonomous Control of a Hexacopter in Indoor Environments*	Strategi kontrol untuk gerakan vertikal dan horizontal menggunakan kontroler PID memiliki hasil Keterlambatan waktu yang besar dalam proses *tracking* sehingga nilai *error tracking* cukup besar dan juga menyebabkan menurunkan estimasi posisi yang diinginkan dan kontrol.
4	Emre Can Suicmez (2014)	*Trajectory Tracking Of A Quadrotor Unmanned Aerial Vehicle (Uav) Via Attitude And Position Control*	Dari lintasan dicoba untuk diikuti oleh setiap pengontrol dan hasil simulasi pengontrol dibandingkan satu sama lain didapatkan bahwa pengontrol LQT dapat melacak relatif lintasan yang kompleks lebih akurat dan efisien dibandingkan dengan *backstepping* dan pengontrol LQR.

www.itk.ac.id

No	Nama Penulis dan Tahun Publikasi	Judul Penelitian	Hasil
5	Dwi Jaka Krisna M. (04161020)	Perancangan *Controller Algorithm Of Innovative Gunner* (AIG) Pada *Hexacopter* Untuk Kontrol *Automatic Landing*	Didapatkan hasil pengendali AIG memiliki performa yang lebih baik dari pada pengendali PSO dalam melakukan *automatic landing hexacopter* disemua ketinggian dengan hasil eror rata-rata yang lebih kecil dari hasil nilai eror rata-rata pengendali PSO.

www.itk.ac.id

Halaman Sengaja Dikosongkan

www.itk.ac.id

www.itk.ac.id